

# Diplomprüfung Frühjahr 2009

Prüfungsfach

## Statik

Klausur am 23.02.2009

Name: \_\_\_\_\_ Vorname: \_\_\_\_\_ Matrikelnummer: \_\_\_\_\_  
(bitte deutlich schreiben) (9stellig!)

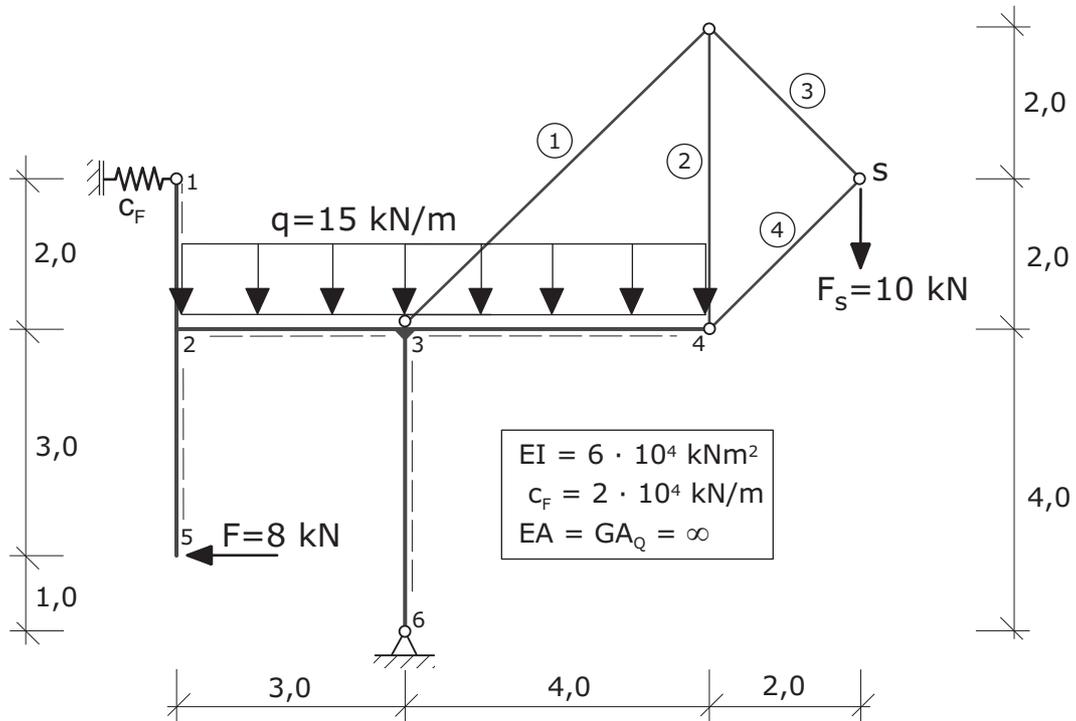
Aufgabe	<del>1</del>	<del>2</del>	<del>3</del>	4	5	6	7	8	9	Summe
mögliche Punkte	<del>20</del>	<del>5</del>	<del>5</del>	25	25	30	20	25	25	180
erreichte Punkte										

### Wichtige Hinweise

- Dauer der Klausur: 3 Stunden, davon  
30 Minuten für Aufgaben ohne Hilfsmittel,  
2 Stunden 30 Minuten für Aufgaben mit Hilfsmitteln.
- Prüfen Sie, ob alle Aufgabenblätter vorhanden sind.
- Schreiben Sie auf das Deckblatt ihren Namen und ihre Matrikelnummer.
- Geben Sie bei den Aufgaben, die ohne Hilfsmittel zu bearbeiten sind, Ihre Lösungen auf den Aufgabenblättern an. Bei Bedarf können Sie weiteres farbiges Schreibpapier anfordern. Verwenden Sie hierfür kein eigenes Papier.
- Die Aufgabenblätter zu den Aufgaben, die mit Hilfsmitteln zu bearbeiten sind, sind zusammen mit den zugehörigen Lösungen abzugeben.
- Keine grünen Stifte verwenden.
- Die Lösungen sollen alle Nebenrechnungen und Zwischenergebnisse enthalten.
- Programmierbare Rechner nur ohne Programmteil benutzen.
- Die Benutzung Programmgesteuerter Rechner (z.B. Notebooks, Laptops, PDAs) ist nicht zulässig.
- Mobiltelefone sind während der Klausur abzuschalten und dürfen nicht benutzt werden.
- Toilettenbesuche sind nur einzeln unter Hinterlegung des Studentenausweises bei den Aufsichtspersonen gestattet.
- Keine Gleichungssysteme mit mehr als zwei Unbekannten lösen.

## Aufgabe 4

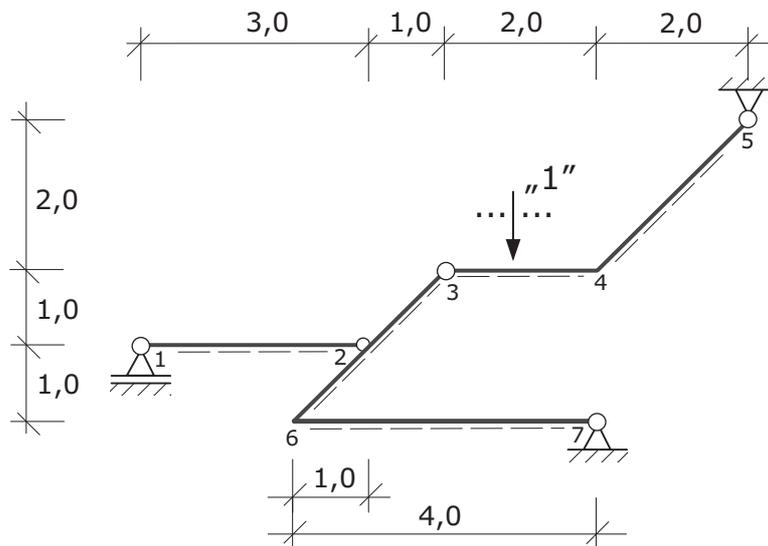
( 25 Punkte)



- Für das dargestellte System sind die Stabkräfte  $S_1$  bis  $S_4$  sowie die Schnittgrößen  $N$ ,  $Q$  und  $M$  zu ermitteln und grafisch darzustellen.
- Berechnen Sie die vertikale Verschiebung im Knoten  $s$  für den Fall, dass die Fachwerkstäbe zur Kostensenkung mit einem verringerten Querschnitt ausgeführt werden.  
Stäbe ① – ④ :  $EA = 3 \cdot 10^4 \text{ kN}$

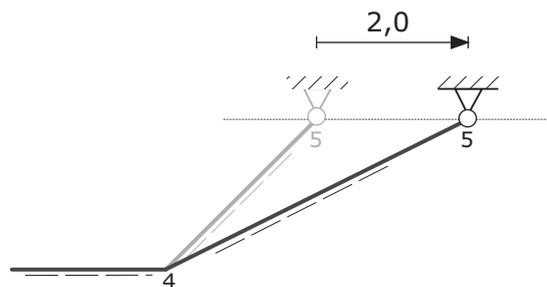
## Aufgabe 5 ( 25 Punkte)

Gegeben ist das folgende ebene Tragwerk.

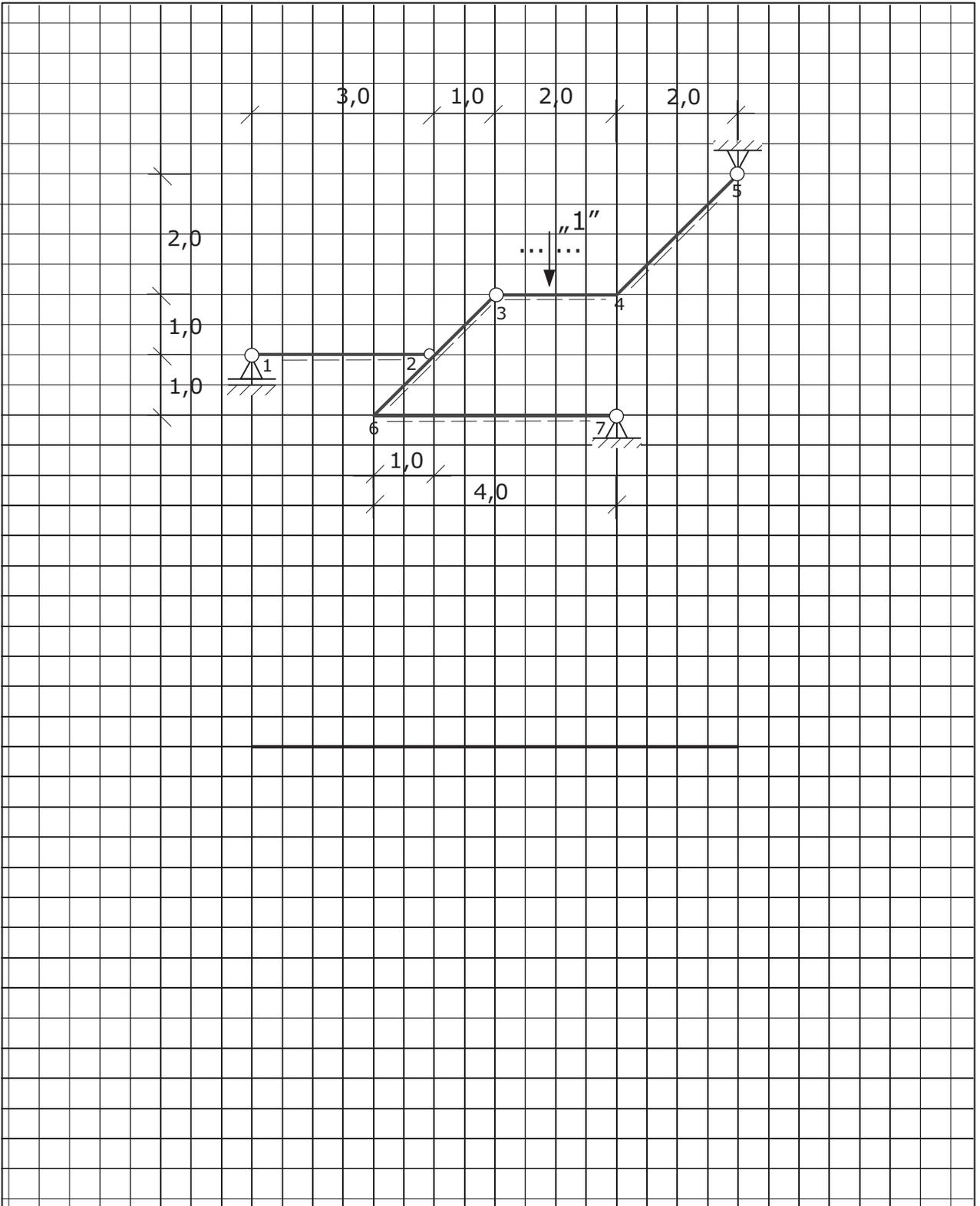


Der zu betrachtende Lastgurt ist 1-2-3-4-5

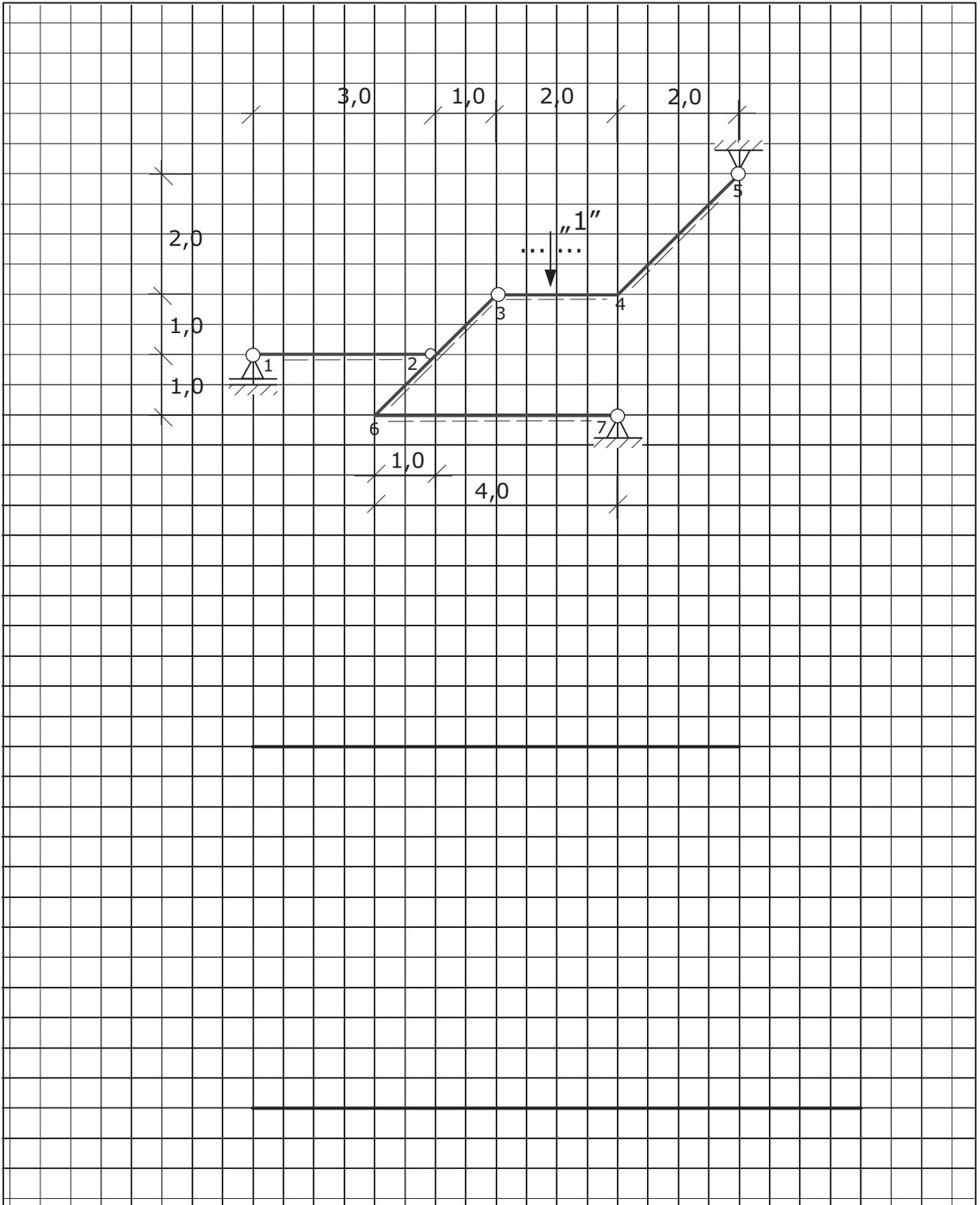
- Ermitteln Sie die Einflusslinie des Biegemomentes  $M_4$  am Knoten 4. Wie groß darf eine konstante Streckenlast  $q$  über den Gurtbereich 1-2 maximal sein, damit das Moment im Knoten 4 den Betrag von  $50 \text{ kNm}$  nicht überschreitet?
- Ermitteln Sie die Einflusslinie der vertikalen Auflagerlast  $V_5$  im Knoten 5.
- Das Auflager im Knoten 5 soll im Rahmen von Baumaßnahmen um  $2 \text{ m}$  nach rechts versetzt werden (s. Skizze). Modifizieren Sie unter Berücksichtigung dieser konstruktiven Maßnahme die Einflusslinie aus Aufgabenteil b). Geben Sie anhand dieser EL an, wie sich die Auflagerlast ( $V_5$ ) verändert, wenn im Knoten 2 eine vertikale Einzellast angreift ( $<$ ,  $>$ ,  $=$ ).



# EL-M<sub>4</sub>

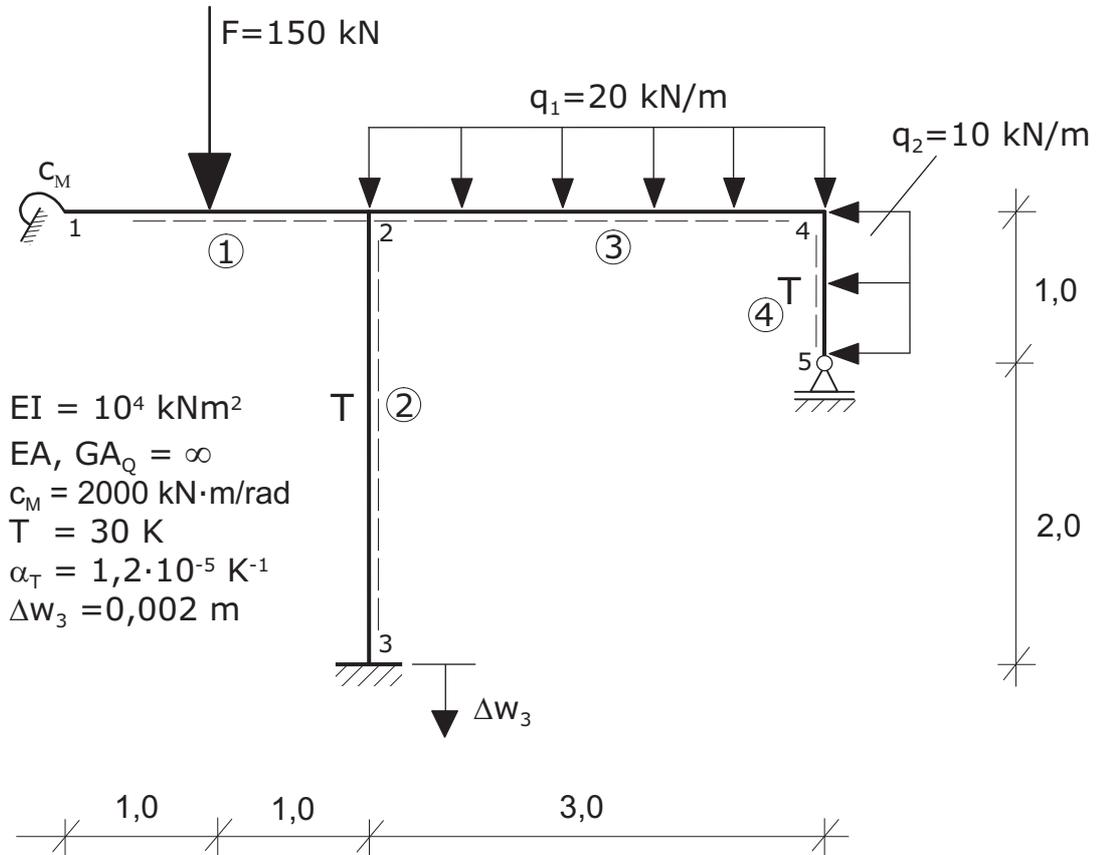


# EL-V<sub>5</sub>



## Aufgabe 6

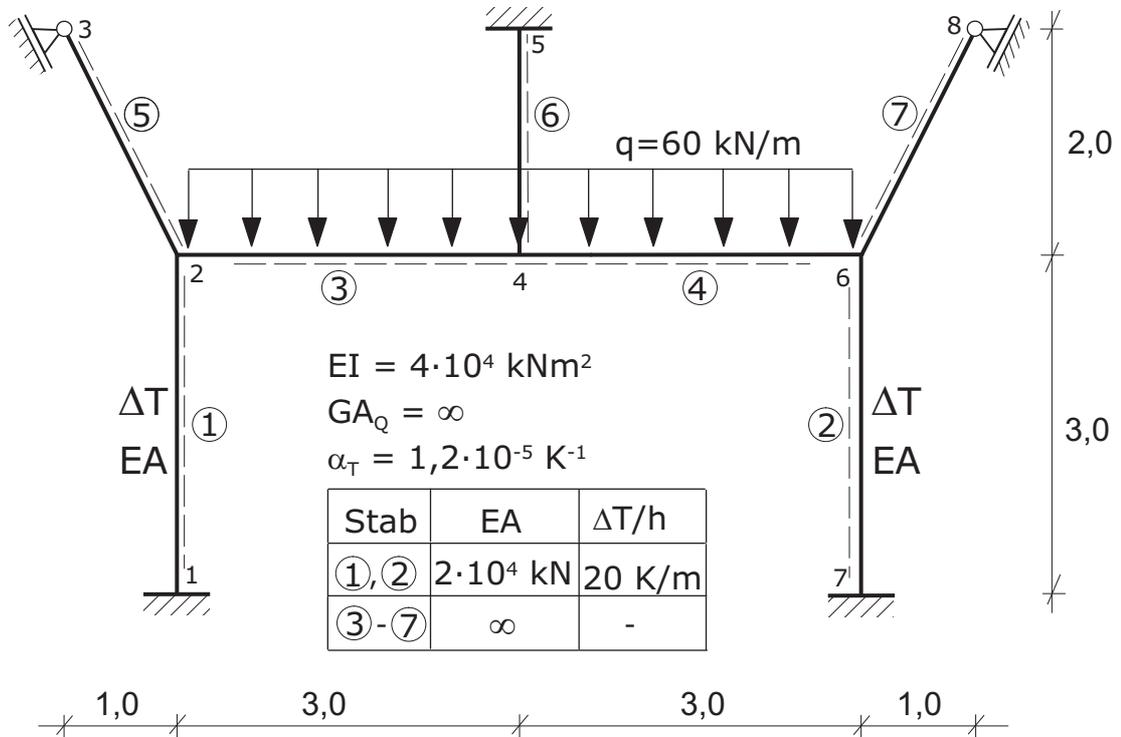
( 30 Punkte)



- Ermitteln Sie für das gegebene Tragwerk den Momentenverlauf  $M$  mittels des Kraftgrößenverfahrens und stellen Sie diesen grafisch dar. Wählen Sie als statisch überzählige Kraftgrößen das Federmoment am Knoten 1 und die Auflagerkraft am Knoten 5.
- Ermitteln Sie mit dem Prinzip der virtuellen Arbeit die horizontale Verschiebung des Knotens 5.
- Wie groß muss die Federsteifigkeit  $c_M$  gewählt werden, damit der Betrag der Auflagerkraft am Knoten 5 bei gegebener Belastung genau 0 beträgt.

## Aufgabe 7

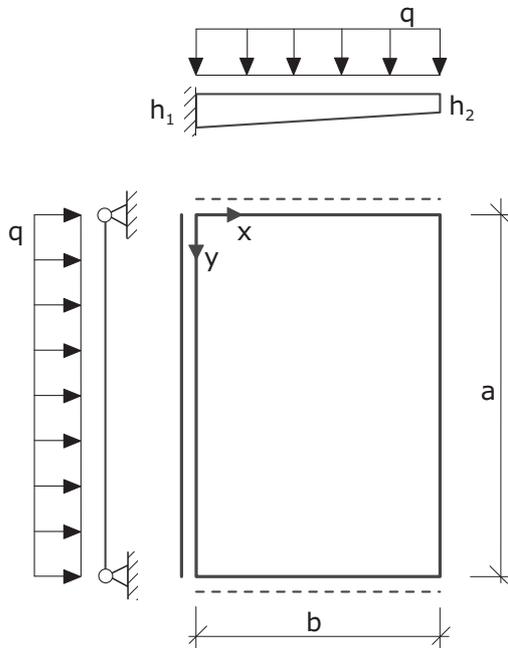
( 20 Punkte)



- Ermitteln Sie für die abgebildete Konstruktion den Momentenverlauf  $M$  mittels des Weggrößenverfahrens und stellen Sie ihn grafisch dar.
- Skizzieren Sie qualitativ die Verformung des Systems.

# Aufgabe 8

( 25 Punkte)



$E = 30.000 \text{ N/mm}^2$ $\nu = 0$ $a = 15 \text{ m}$ $b = 12 \text{ m}$ $h_1 = 0,4 \text{ m}$ $h_2 = 0,3 \text{ m}$ $q = 50 \text{ kN/m}^2$
---

Auswertungspunkte

Punkt	x	y
P <sub>1</sub>	0	a/2
P <sub>2</sub>	b/2	a/2
P <sub>3</sub>	b	a/2
P <sub>4</sub>	b/2	0
P <sub>5</sub>	b/2	a
P <sub>6</sub>	b/4	a/4
P <sub>7</sub>	3b/4	a/4
P <sub>8</sub>	b/4	3a/4
P <sub>9</sub>	3b/4	3a/4

Die dargestellte Platte ist mit dem Verfahren nach Ritz näherungsweise zu untersuchen. Die Platte hat eine veränderliche Höhe  $h$  und ist mit einer konstanten Flächenlast  $q$  belastet. Die Ansätze für die wirkliche  $w$  bzw. die virtuelle Durchbiegung  $\bar{w}$  haben folgende Form:

$$w(x, y) = c_{11} \left( \frac{x}{b} \right)^2 \left( 1 - \cos \left( \frac{2\pi y}{a} \right) \right)$$

$$\bar{w}(x, y) = \bar{c}_{11} \left( \frac{x}{b} \right)^2 \left( 1 - \cos \left( \frac{2\pi y}{a} \right) \right)$$

- Geben Sie die geometrischen und statischen Randbedingungen der dargestellten Platte an.
- Geben Sie die Plattenhöhe  $h$  als Funktion von  $x$  an.
- Geben Sie die virtuelle Arbeit der inneren Kräfte  $\bar{W}^i$  und die virtuelle Arbeit der äußeren Kräfte  $\bar{W}^e$  in Abhängigkeit der Durchbiegung  $w$  bzw. der virtuellen Durchbiegung  $\bar{w}$  an. Verwenden Sie hierfür die oben gegebenen Ansatzfunktionen.

**Hinweis:** Es ist **keine Integration** durchzuführen!!!

Die Lösung lautet:  $c_{11} = 0,023$

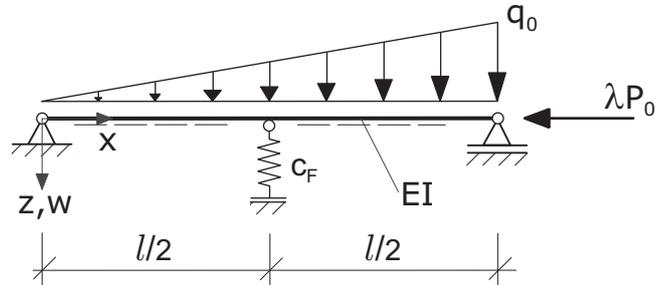
Verwenden Sie diesen Wert für die Berechnung der Aufgabenteile d) - g).

- d) Berechnen Sie die Durchbiegung  $w$  am Punkt  $P_3$ .
- e) Berechnen Sie die Querkraft  $q_{xz}$  an den Punkten  $P_1$  bis  $P_3$  und stellen Sie ihren Verlauf längs der Plattensymmetralen  $y = \frac{a}{2}$  grafisch dar.
- f) Berechnen Sie die Momente  $m_{xx}$  und  $m_{yy}$  an den Punkten  $P_1$  bis  $P_5$ . Skizzieren Sie den Verlauf der Momente  $m_{xx}$  und  $m_{yy}$  längs der Plattensymmetralen  $x = \frac{b}{2}$  sowie  $y = \frac{a}{2}$ .
- g) Berechnen Sie das Drillmoment  $m_{xy}$  an den Punkten  $P_6$  bis  $P_9$ . Skizzieren Sie das Drillmoment  $m_{xy}$  längs der Achsen  $x = \frac{b}{4}$  und  $x = \frac{3b}{4}$  sowie längs der Achsen  $y = \frac{a}{4}$  und  $y = \frac{3a}{4}$ .
- h) Was können Sie über die Qualität des gewählten Ansatzes sagen?

**Aufgabe 9**

( 25 Punkte)

$S = -\lambda P_0$ $EI = \text{konst.}$ $q_0 = \text{konst.}$ $c_F = \text{konst.}$ $l = \text{konst.}$
---



Das dargestellte System soll unter Berücksichtigung der dargestellten Lasteinleitung nach dem Verfahren von Ritz unter Verwendung des Prinzips der virtuellen Verschiebungen auf Basis der Theorie II. Ordnung berechnet werden.

- Geben Sie das Prinzip der virtuellen Verschiebungen für das dargestellte Problem an. Drücken Sie alle Schnittgrößen und Verzerrungen durch  $w(x)$  bzw. Ableitungen von  $w(x)$  aus.
- Die Ansätze für die wirklichen  $w$  bzw. die virtuellen Verschiebungen  $\bar{w}$  haben folgende allgemeine Form:

$$w(x) = \mathbf{a}^T \cdot \mathbf{h}(x)$$

$$\bar{w}(x) = \bar{\mathbf{a}}^T \cdot \mathbf{h}(x)$$

Ausgehend vom Prinzip der virtuellen Verschiebungen und unter Berücksichtigung dieser Ansätze sind die Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}$ , die Federsteifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}_F$ , die geometrische Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{G}$  und der Belastungsvektor  $\mathbf{f}$  anzugeben.

- Für das dargestellte System wird folgender zweigliedriger Verschiebungsansatz gewählt:

$$\mathbf{h}(x) = \begin{bmatrix} h_1(x) \\ h_2(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right) \\ \sin\left(\frac{2\pi x}{l}\right) \end{bmatrix}$$

Berechnen Sie hierfür die Koeffizienten des Belastungsvektors  $\mathbf{f}$  sowie alle unbekanntenen Einträge der Gesamtsteifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}_{ges}$ .

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K}_{ges} = \underbrace{\begin{bmatrix} K_{11} & 0 \\ 0 & K_{22} \end{bmatrix}}_{\mathbf{K}} + \underbrace{\begin{bmatrix} K_{F11} & K_{F12} \\ K_{F21} & K_{F22} \end{bmatrix}}_{\mathbf{K}_F}$$

**Hilfestellung:**

$$\int \sin^2(ax) dx = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4a} \sin(2ax)$$