

# Diplomprüfung Frühjahr 2008

Prüfungsfach

## Statik

Klausur am 25.02.2008

Name: \_\_\_\_\_ Vorname: \_\_\_\_\_ Matrikelnummer: \_\_\_\_\_  
(bitte deutlich schreiben) (9stellig!)

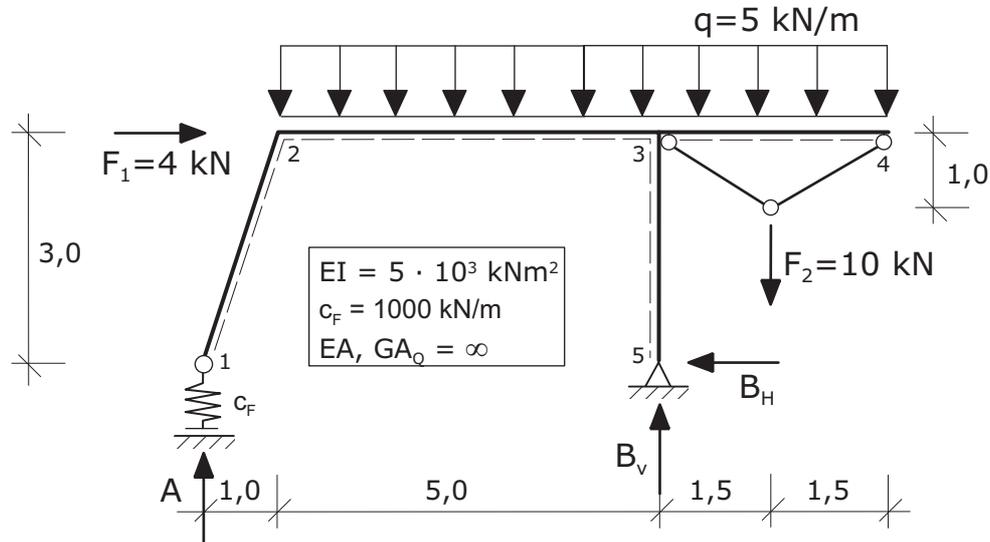
Aufgabe	<del>1</del>	<del>2</del>	<del>3</del>	4	5	6	7	8	9	Summe
mögliche Punkte	<del>20</del>	<del>6</del>	<del>4</del>	30	25	25	20	25	25	120
erreichte Punkte										

### Wichtige Hinweise

- Dauer der Klausur: 3 Stunden, davon  
30 Minuten für Aufgaben ohne Hilfsmittel,  
2 Stunden 30 Minuten für Aufgaben mit Hilfsmitteln.
- Prüfen Sie, ob alle Aufgabenblätter vorhanden sind.
- Schreiben Sie auf das Deckblatt ihren Namen und ihre Matrikelnummer.
- Geben Sie bei den Aufgaben, die ohne Hilfsmittel zu bearbeiten sind, Ihre Lösungen auf den Aufgabenblättern an. Bei Bedarf können Sie weiteres farbiges Schreibpapier anfordern. Verwenden Sie hierfür kein eigenes Papier.
- Die Aufgabenblätter zu den Aufgaben, die mit Hilfsmitteln zu bearbeiten sind, sind zusammen mit den zugehörigen Lösungen abzugeben.
- Keine grünen Stifte verwenden.
- Die Lösungen sollen alle Nebenrechnungen und Zwischenergebnisse enthalten.
- Programmierbare Rechner nur ohne Programmteil benutzen.
- Die Benutzung Programmgesteuerter Rechner (z.B. Notebooks, Laptops, PDAs) ist nicht zulässig.
- Mobiltelefone sind während der Klausur abzuschalten und dürfen nicht benutzt werden.
- Toilettenbesuche sind nur einzeln unter Hinterlegung des Studentenausweises bei den Aufsichtspersonen gestattet.
- Keine Gleichungssysteme mit mehr als zwei Unbekannten lösen.

## Aufgabe 4

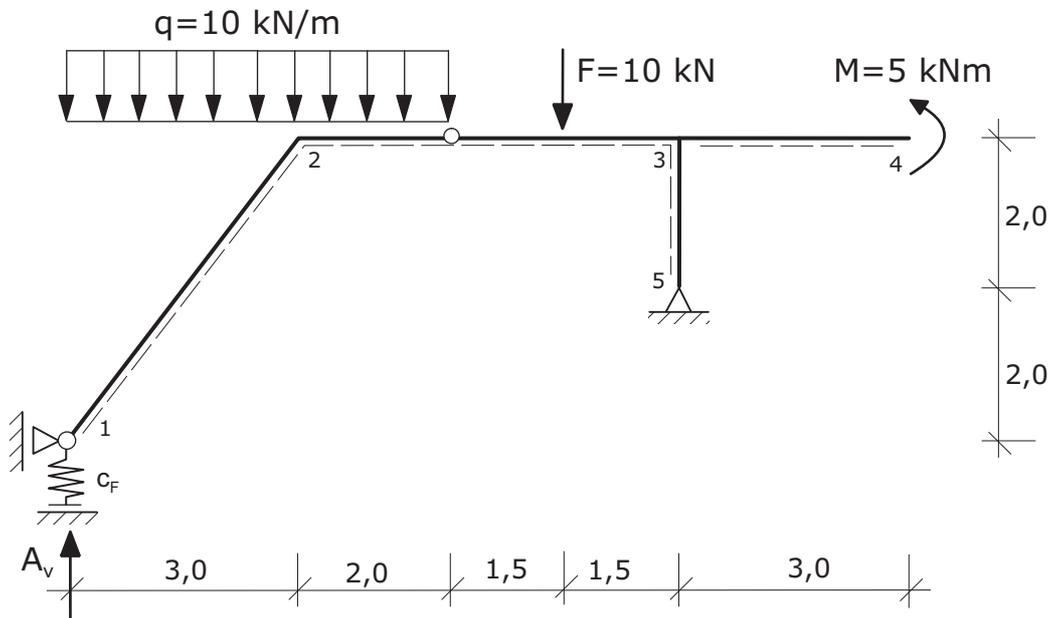
( 30 Punkte)



- Für das dargestellte System sind die Schnittgrößen  $N$ ,  $Q$  und  $M$  zu ermitteln und grafisch darzustellen.
- Berechnen Sie die vertikale Verschiebung des Knotens 4!
- Für die gegebene Belastung fällt die vertikale Verformung des Knotens 4 zu groß aus und soll durch konstruktive Maßnahmen reduziert werden. Hierzu wird die Biegesteifigkeit  $EI$  des Riegels 2-3-4 um den Faktor 10 erhöht. Wie groß beträgt nun die vertikale Verschiebung des Knotens 4?
- Geben Sie mit Hilfe des  $w$ -Verfahrens in den Drittelpunkten die vertikalen Verformungen des Kragarms 3-4 an und skizzieren Sie die resultierende Biegelinie. Hierzu soll von dem verstärkten Riegel aus Aufgabenteil c) ausgegangen werden.

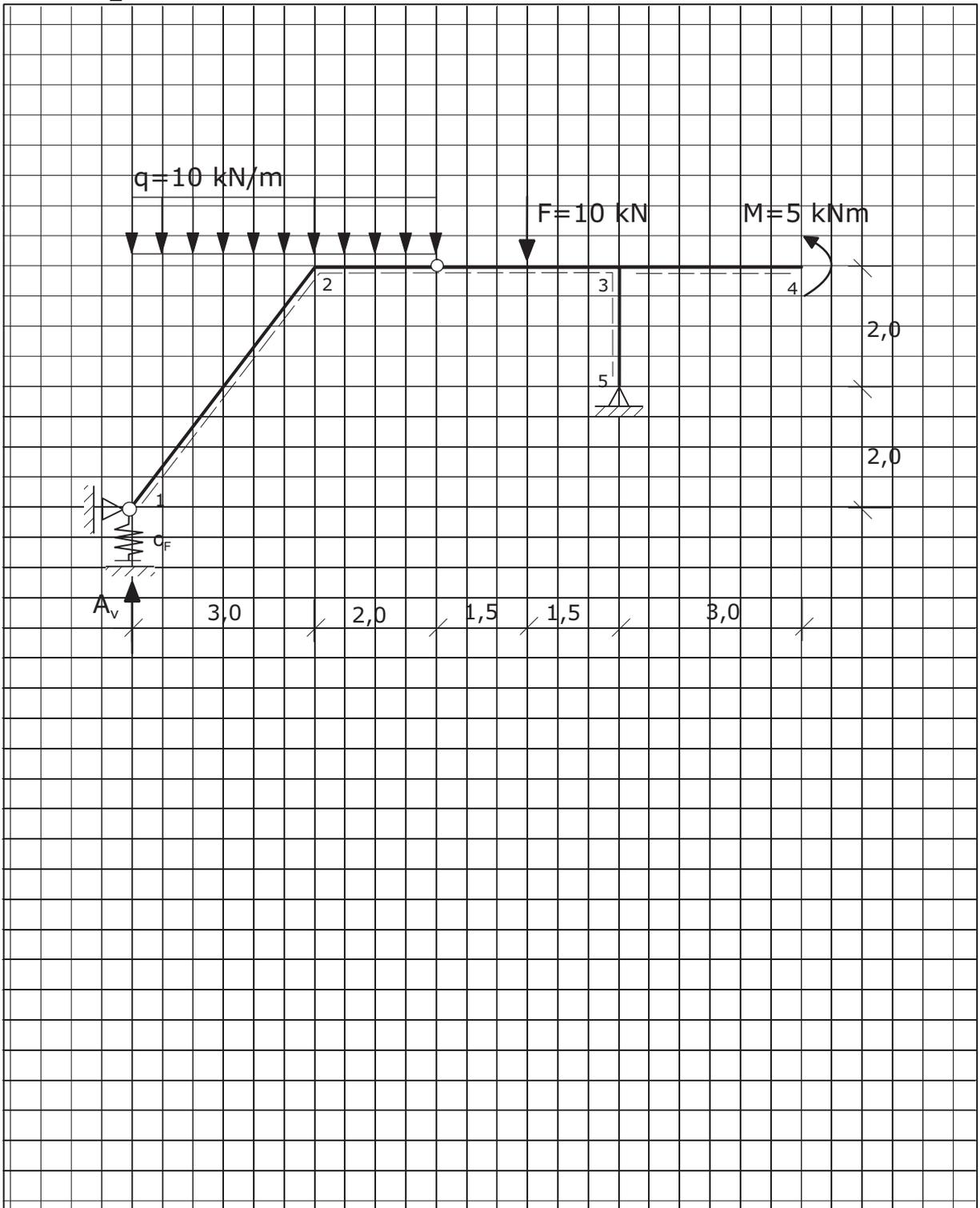
## Aufgabe 5

( 25 Punkte)

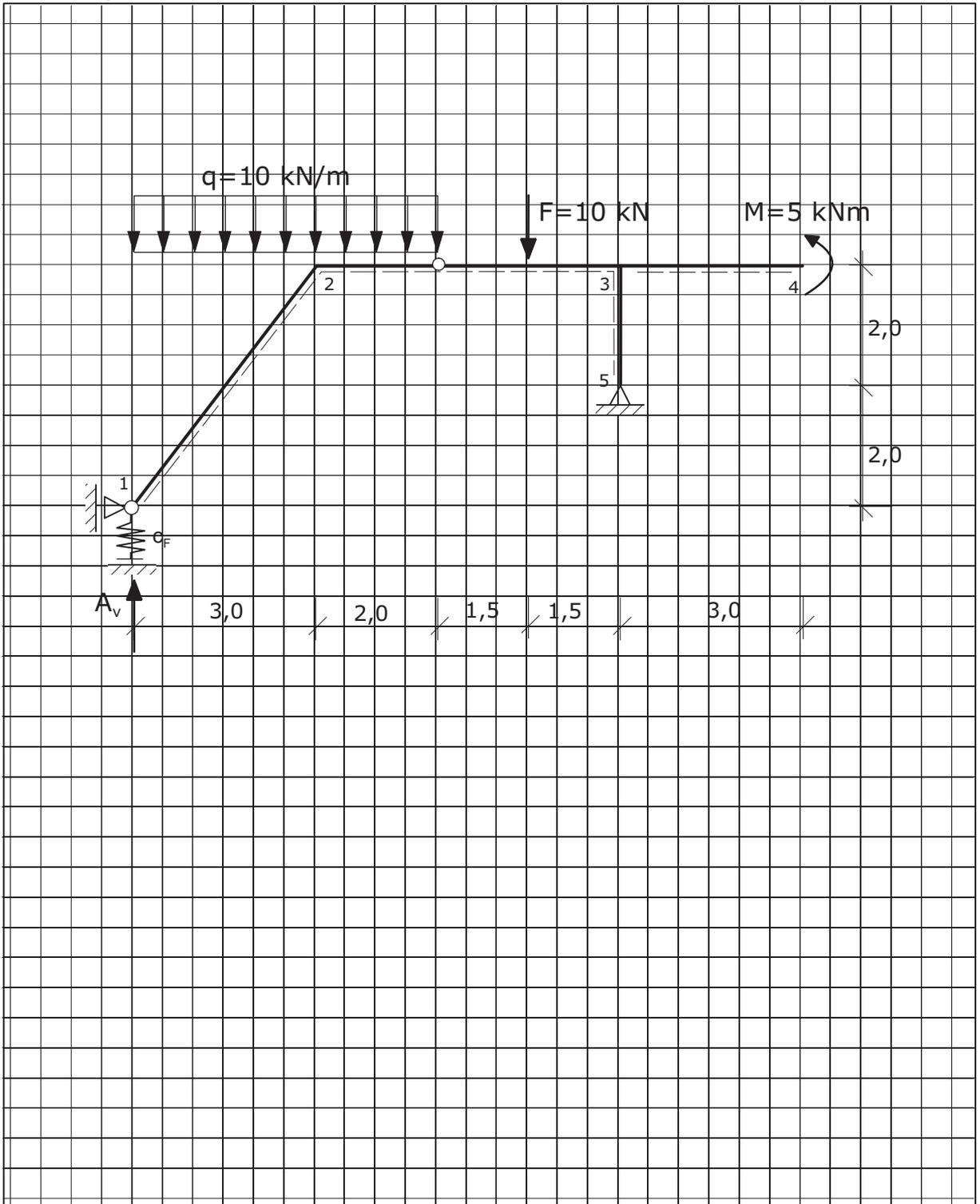


- Die Einflusslinie des Momentes am Knoten 2 ist für den Lastgurt 1-2-3-4 anzugeben und für die gegebene Belastung auszuwerten.
- Ermitteln Sie mit Hilfe der kinematischen Methode für den Lastgurt 1-2-3-4 die Federsteifigkeit  $c_F$  so, dass am Auflager A die zulässige Verformung von  $w_{zul} = 0,02 \text{ m}$  für die gegebene Belastung gerade erreicht wird.

# EL-M<sub>2</sub>

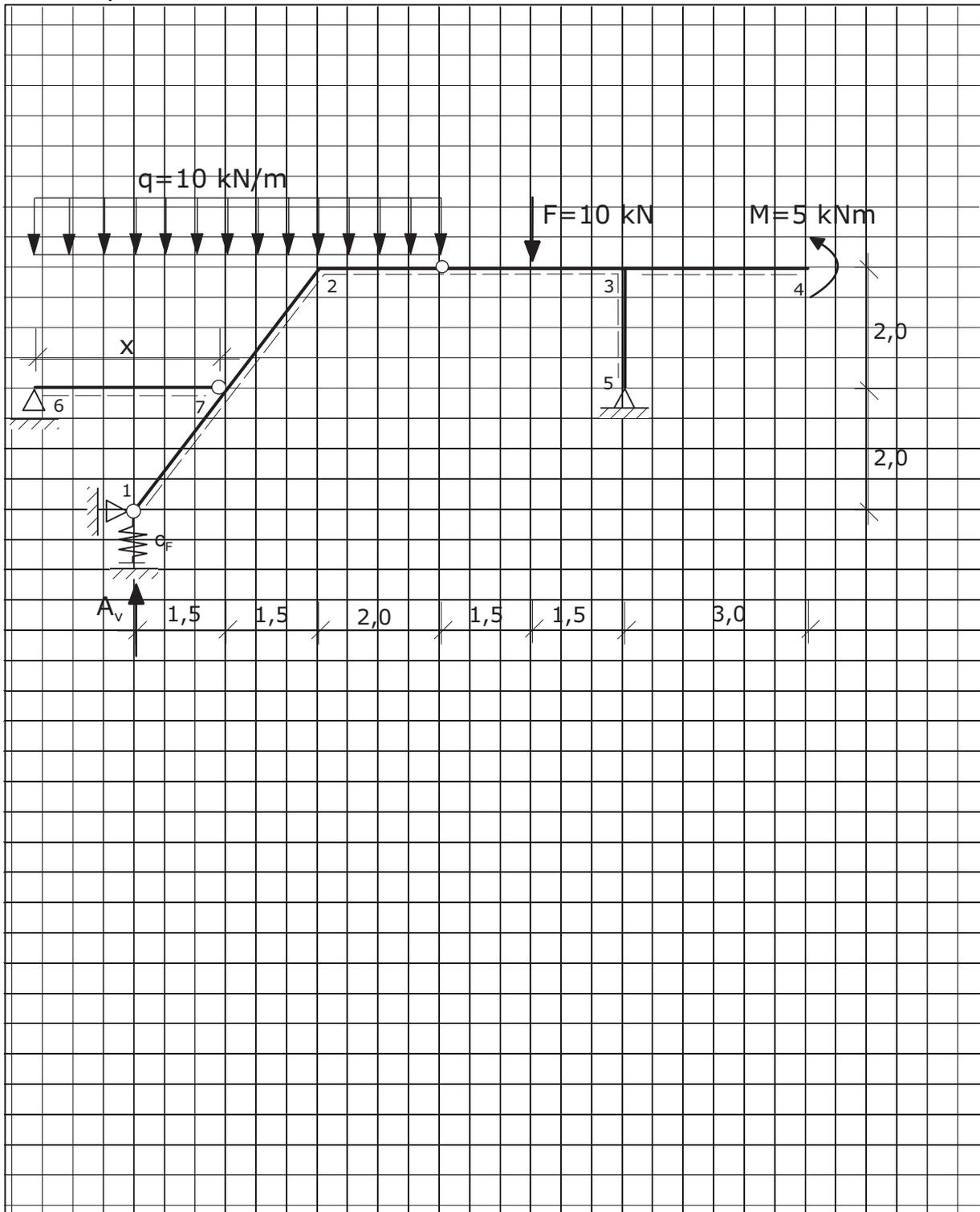


# EL-A<sub>v</sub>



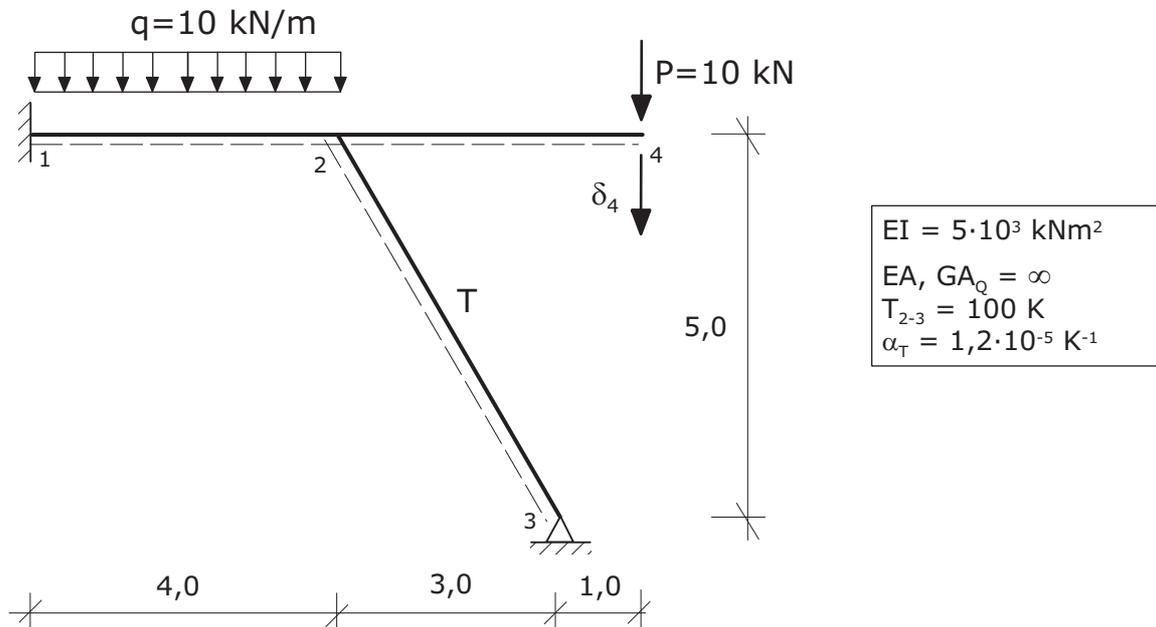


EL-A<sub>v</sub>



## Aufgabe 6

( 25 Punkte)

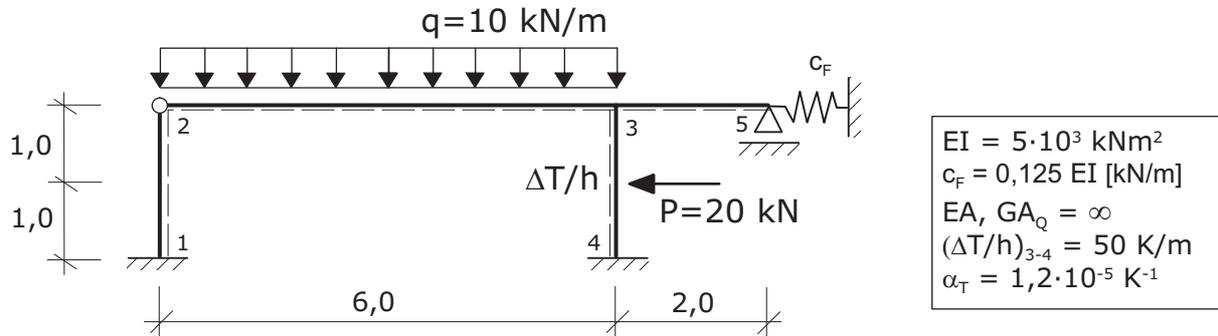


Gegeben ist das oben dargestellte Rahmentragwerk inklusive aller wirkenden Lasten.

- Berechnen Sie mit Hilfe des Kraftgrößenverfahrens die Schnittgrößen  $M$ ,  $Q$  und  $N$ . Stellen Sie die Schnittkräfte grafisch dar.
- Berechnen Sie die Verschiebung  $\delta_4$ .

## Aufgabe 7

( 20 Punkte)

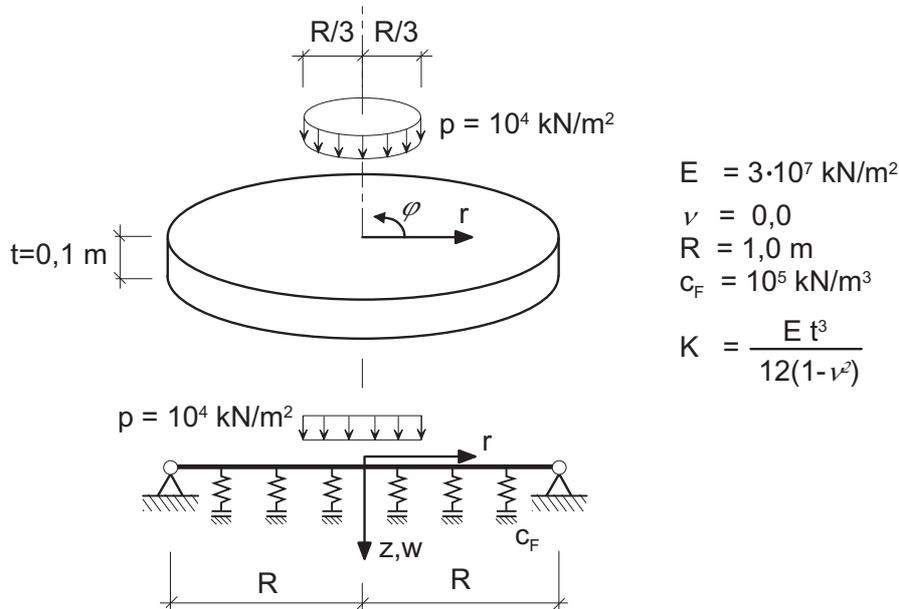


Gegeben ist das oben dargestellte Tragwerk inklusive aller wirkenden Lasten.

- Berechnen Sie mit Hilfe des Weggrößenverfahrens den Momentenverlauf  $M$  und stellen Sie ihn grafisch dar.
- Berechnen Sie die horizontale Verschiebung des Riegels 2-3-5, wenn die Federsteifigkeit  $c_F$  verdoppelt wird und die Biegesteifigkeit des Stabes 1-2 auf  $EI = 8 \cdot 10^3 \text{ kNm}^2$  erhöht wird.

## Aufgabe 8 ( 25 Punkte)

Die dargestellte gelenkig gelagerte Kreisplatte der Dicke  $t = 0,1\text{ m}$  soll unter Berücksichtigung der elastischen Bettung und der Flächenlast  $p$  nach dem Verfahren von Ritz unter Verwendung des Prinzips der virtuellen Verschiebungen berechnet werden.



Die elastische Bettung wirkt auf der gesamten Unterseite der Kreisplatte. Hierbei wird der Bettungsdruck  $p_w(r)$  proportional zur Plattendurchbiegung angenommen:

$$p_w(r) = c_F w(r) .$$

Die Ansätze für die wirklichen bzw. die virtuellen Durchbiegungsfunktionen haben folgende Form:

$$w(r) = a(5R^4 - 6R^2r^2 + r^4) \quad \bar{w}(r) = \bar{a}(5R^4 - 6R^2r^2 + r^4) .$$

- Überprüfen Sie, ob die gewählte Ansatzfunktion die geometrischen und statischen Randbedingungen am Plattenrand erfüllt.
- Geben Sie die äußere virtuelle Arbeit  $\bar{W}^e$  an.
- Die innere virtuelle Arbeit setzt sich aus  $\bar{W}^i = \bar{W}_{\text{Platte}}^i + \bar{W}_F^i$  zusammen. Den Anteil  $\bar{W}_{\text{Platte}}^i$  brauchen Sie nicht zu berechnen, er beträgt:

$$\bar{W}_{\text{Platte}}^i = \int_A (m_r \bar{\kappa}_r + m_\varphi \bar{\kappa}_\varphi) dA = \frac{448}{3} K \pi R^6 a \bar{a} .$$

Geben Sie den Anteil  $\bar{W}_F^i$  der inneren virtuellen Arbeit infolge der elastischen Bettung an.

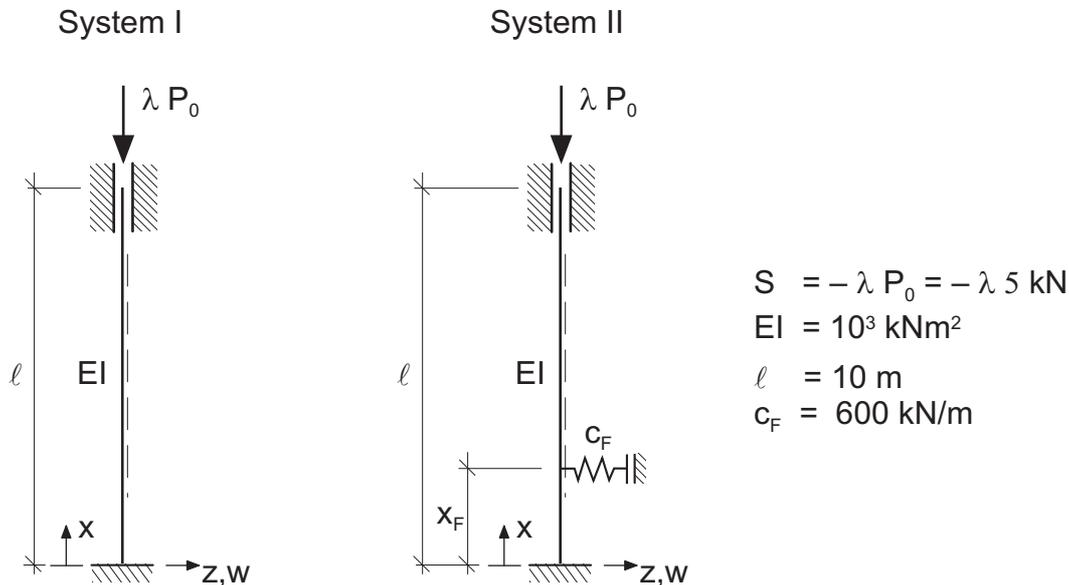
- Ermitteln Sie unter Verwendung des Prinzips der virtuellen Verschiebung die Konstante  $a$ .
- Berechnen Sie den Bettungsdruck  $p_w(r)$  an der Stelle  $r = 0$ .

Formeln für die rotationssymmetrische Platte:

$$\begin{aligned}m_r &= K(\kappa_r + \nu\kappa_\varphi) = -K \left[ \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \nu \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \right] \\m_\varphi &= K(\nu\kappa_r + \kappa_\varphi) = -K \left[ \nu \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \right] \\m_{r\varphi} &= m_{\varphi r} = \kappa_{r\varphi} = \kappa_{\varphi r} = 0 \\q_r &= -K \left[ \frac{\partial^3 w}{\partial r^3} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial w}{\partial r} \right] \\q_\varphi &= 0\end{aligned}$$

**Aufgabe 9**

( 25 Punkte)



Die dargestellten Systeme I und II sollen nach dem Verfahren von Ritz unter Verwendung des Prinzips der virtuellen Verschiebungen berechnet werden. Die zweigliedrigen Ansätze für die wirklichen bzw. die virtuellen Verschiebungen haben folgende Form:

$$w(x) = \sum_{i=1}^2 a_i \cdot \left( \cos\left(\frac{2\pi i x}{l}\right) - 1 \right) \quad \bar{w}(x) = \sum_{i=1}^2 \bar{a}_i \cdot \left( \cos\left(\frac{2\pi i x}{l}\right) - 1 \right) .$$

Die Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}$  und die geometrische Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{G}$  beider Systeme wurden bereits berechnet zu:

$$\mathbf{K} = EI \frac{\pi^4}{l^3} \begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 128 \end{bmatrix} \quad \mathbf{G} = P_0 \frac{\pi^2}{l} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}$$

- Berechnen Sie die Eigenwerte  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$  für das dargestellte System I.
- Der Stabilitätsnachweis für das dargestellte System I ist nicht erfüllt. Die Knickgefahr des Systems I soll durch die Installation einer Wegfeder reduziert werden. Wählen Sie für das System II die Position  $x_F$  der Wegfeder, um möglichst effektiv die Knickgefahr zu reduzieren. Begründen Sie Ihre Wahl.
- Berechnen Sie für System II die Koeffizienten  $(K_F)_{ij}$  der Feder-Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}_F$  unter Verwendung der in b) gewählten Position  $x_F$ .
- Berechnen Sie die Eigenwerte  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$  für das System II.
- Geben Sie die Funktion der jeweils ersten (kritischen) Eigenform  $w_1(x)$  für System I und System II an. Zeichnen Sie diese Eigenformen qualitativ.