

## Bachelor - Studiengang Bauingenieurwesen

### Prüfungsfach

# Statik und Tragwerkslehre B

Klausur am 29.08.2011

Name: \_\_\_\_\_ Vorname: \_\_\_\_\_ Matr.-Nr.: \_\_\_\_\_  
(bitte deutlich schreiben) (9-stellig)

Aufgabe	1	2	3	4	Summe
mögliche Punkte	15	26	16	33	90
erreichte Punkte					

### Wichtige Hinweise

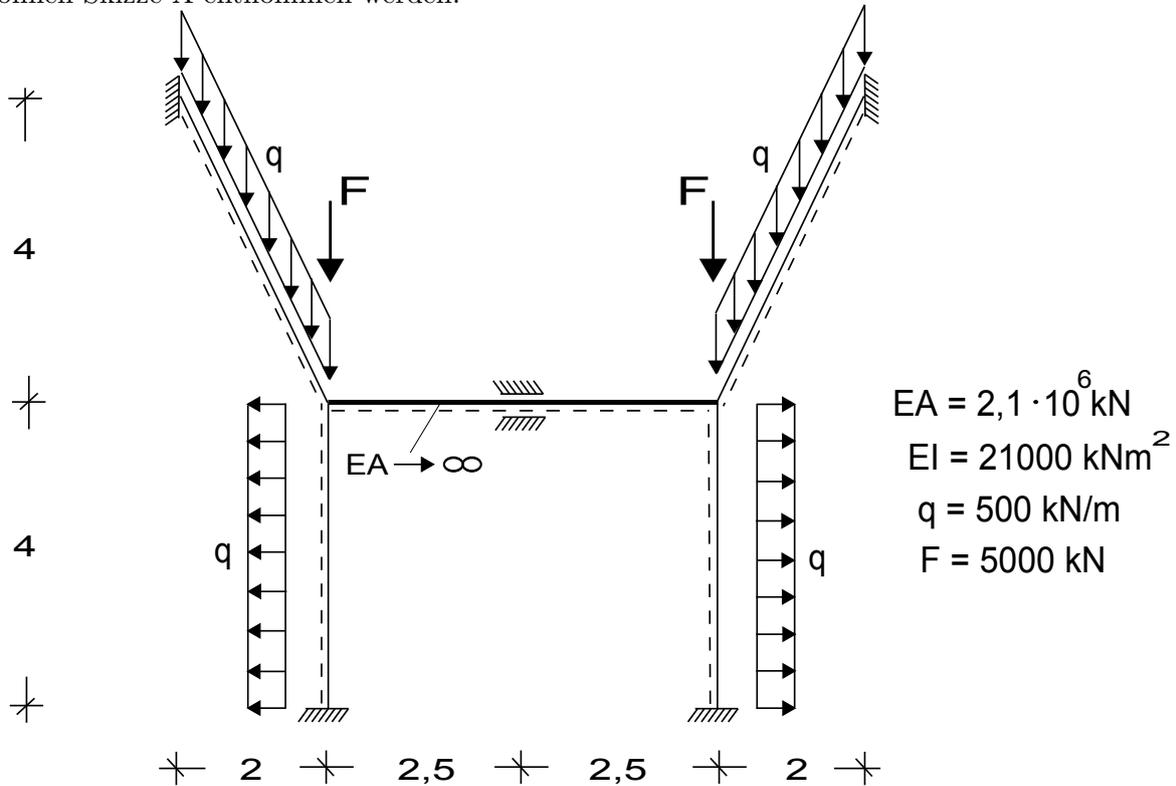
- Dauer der Klausur: 90 Minuten, davon 15 Minuten für Aufgaben ohne Hilfsmittel (Typ I), 75 Minuten für Aufgaben mit Hilfsmittel (Typ II).
- Prüfen Sie, ob alle Aufgabenblätter vorhanden sind.
- Schreiben Sie auf das Deckblatt Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer.
- Geben Sie bei den Aufgaben, die ohne Hilfsmittel zu bearbeiten sind, Ihre Lösungen auf den Aufgabenblättern an. Bei Bedarf können Sie weiteres farbiges Schreibpapier anfordern. Verwenden Sie hierfür kein eigenes Papier.
- Die Aufgabenblätter zu den Aufgaben, die mit Hilfsmitteln zu bearbeiten sind, sind zusammen mit den zugehörigen Lösungen abzugeben.
- Keine grünen Stifte verwenden.
- Die Lösungen sollen alle Nebenrechnungen und Zwischenergebnisse enthalten.
- Programmierbare Rechner nur ohne Programmteil benutzen.
- Die Benutzung von Notebooks, Laptops, PDA ist nicht zulässig. Bei der Lösung der Aufgaben ohne Hilfsmittel (Typ I) ist auch die Benutzung von Taschenrechnern verboten.
- Mobiltelefone sind während der Klausur abzuschalten und dürfen nicht benutzt werden.
- Das Verlassen des Klausorraumes zwischen Aufgaben Typ I und Typ II der Klausur ist nicht gestattet. Gleiches gilt für das Verlassen des Raumes vor Ablauf der Bearbeitungszeit.
- Toilettenbesuche sind nur einzeln unter Hinterlegung des Studentenausweises bei den Aufsichtspersonen gestattet.

**Aufgabe 1**

max.  $\Sigma$  Punkte: 26

erreichte  $\Sigma$  Punkte:

Das dargestellte Tragwerk ist mit zwei Einzellasten  $F$  und vier konstanten Streckenlasten  $q$  belastet. Alle Materialparameter und Geometriedaten sind bekannt und können der Systemskizze entnommen werden. Die Normalkräfte nach Theorie I. Ordnung wurden bereits berechnet und können Skizze A entnommen werden.



- Skizzieren Sie die Verformungsfigur bei gegebener Belastung.
- Bestimmen Sie die zu den unbekanntem Knotenfreiheitsgraden korrespondierende reduzierte Gesamtsteifigkeitsmatrix des Systems  $\mathbf{K}_{red}$  nach **Theorie 2. Ordnung**. Verwenden Sie hierfür folgende Elementsteifigkeitsmatrix:

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{EI}{l^3} [2(\bar{A} + \bar{B}) - \epsilon^2] & -\frac{EI}{l^2} (\bar{A} + \bar{B}) & 0 & -\frac{EI}{l^3} [2(\bar{A} + \bar{B}) - \epsilon^2] & -\frac{EI}{l^2} (\bar{A} + \bar{B}) \\ 0 & -\frac{EI}{l^2} (\bar{A} + \bar{B}) & \frac{EI}{l} \bar{A} & 0 & \frac{EI}{l^2} (\bar{A} + \bar{B}) & \frac{EI}{l} \bar{B} \\ -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{EI}{l^3} [2(\bar{A} + \bar{B}) - \epsilon^2] & \frac{EI}{l^2} (\bar{A} + \bar{B}) & 0 & \frac{EI}{l^3} [2(\bar{A} + \bar{B}) - \epsilon^2] & \frac{EI}{l^2} (\bar{A} + \bar{B}) \\ 0 & -\frac{EI}{l^2} (\bar{A} + \bar{B}) & \frac{EI}{l} \bar{B} & 0 & \frac{EI}{l^2} (\bar{A} + \bar{B}) & \frac{EI}{l} \bar{A} \end{bmatrix},$$

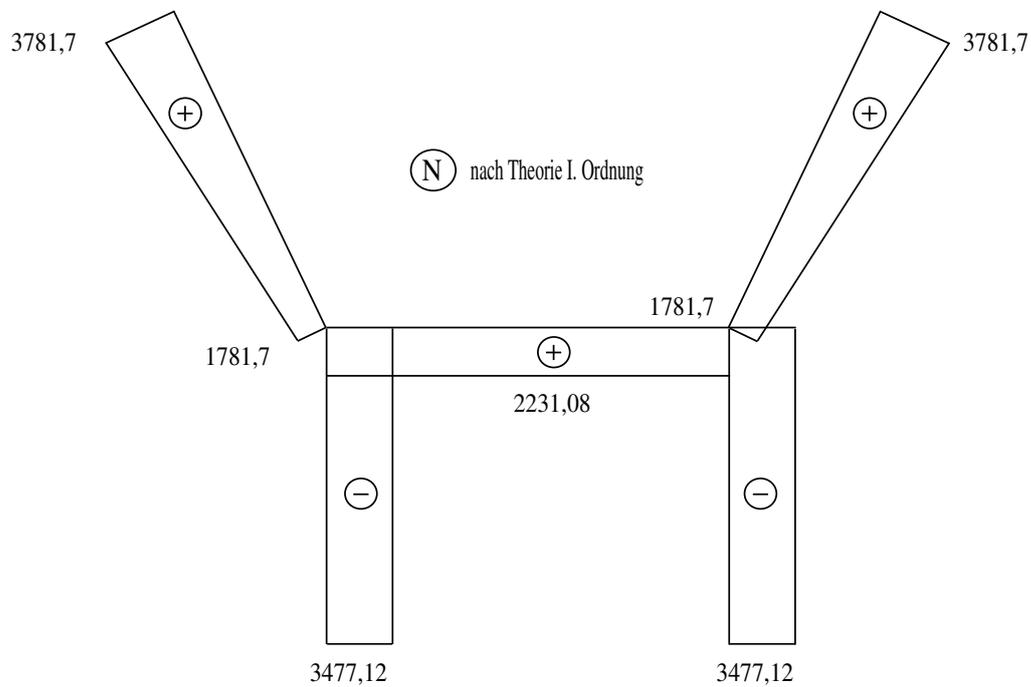
mit:  $\bar{A} = \frac{\epsilon(\sin \epsilon - \epsilon \cos \epsilon)}{2(1 - \cos \epsilon) - \epsilon \sin \epsilon}$ ,  $\bar{B} = \frac{\epsilon(\epsilon - \sin \epsilon)}{2(1 - \cos \epsilon) - \epsilon \sin \epsilon}$ .

**Hinweis:**

Vereinfachend kann für zugbeanspruchte Stäbe nach Theorie 1. Ordnung gerechnet werden!

- c) Bestimmen Sie den reduzierten Systemlastvektor  $\mathbf{r}_{red}$ .
- d) Berechnen Sie die unbekanntenen Knotenfreiheitsgrade des Tragwerks und vergleichen Sie die berechneten Ergebnisse mit Ihrer erwarteten Verformungsfigur.

### Skizze A

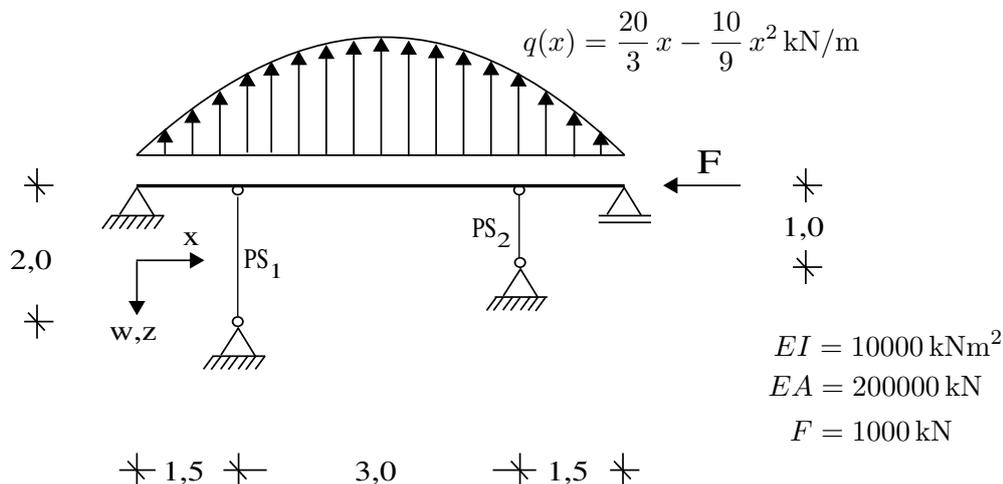


**Aufgabe 2**

max.  $\Sigma$  Punkte: 16

erreichte  $\Sigma$  Punkte:

Das dargestellte System soll unter Berücksichtigung der dargestellten Lasteinleitung und nach dem **Verfahren von Ritz** unter Verwendung des Prinzips der virtuellen Verschiebungen berechnet werden. Alle Geometrieparameter und Materialdaten sind der Systemskizze zu entnehmen.



**Hinweis:** Bei der Bearbeitung der gesamten Aufgabe ist der Einfluß der Axialdehnung  $\varepsilon(x)$  bzw. der virtuellen Axialdehnung  $\bar{\varepsilon}(x)$  zu vernachlässigen!

- Geben Sie das Prinzip der virtuellen Verschiebungen für den maßgebenden Druckstab an. Drücken Sie alle Schnittgrößen und Verzerrungen durch  $w(x)$  bzw. Ableitungen von  $w(x)$  aus.
- Berechnen Sie mit Hilfe des folgender zweigliedriger Verschiebungsansatz

$$\mathbf{h}(x) = \begin{bmatrix} h_1(x) \\ h_2(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x - \frac{1}{6}x^2 \\ x^2 - \frac{1}{6}x^3 \end{bmatrix}$$

die unbekanntenen Einträge der materiellen Steifigkeismatrix  $\mathbf{K}_m$ , der geometrischen Steifigkeismatrix  $\mathbf{K}_g$  und der Steifigkeismatrizen der Pendelstützen  $\mathbf{K}_{PS_1}$  bzw.  $\mathbf{K}_{PS_2}$ .

$$\mathbf{K}_m = \begin{pmatrix} 6666, \bar{6} & 20000 \\ 20000 & K_{m22} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{K}_g = \begin{pmatrix} 2000 & K_{g12} \\ K_{g21} & 28800 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{K}_{PS_1} = \begin{pmatrix} 126562, 5 & 189840 \\ 189840 & K_{22} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{K}_{PS_2} = \begin{pmatrix} 253125 & K_{12} \\ K_{21} & 5125800 \end{pmatrix}.$$

- Berechnen Sie den unbekanntenen Eintrag  $f_2$  des Belastungsvektors  $\mathbf{f}$

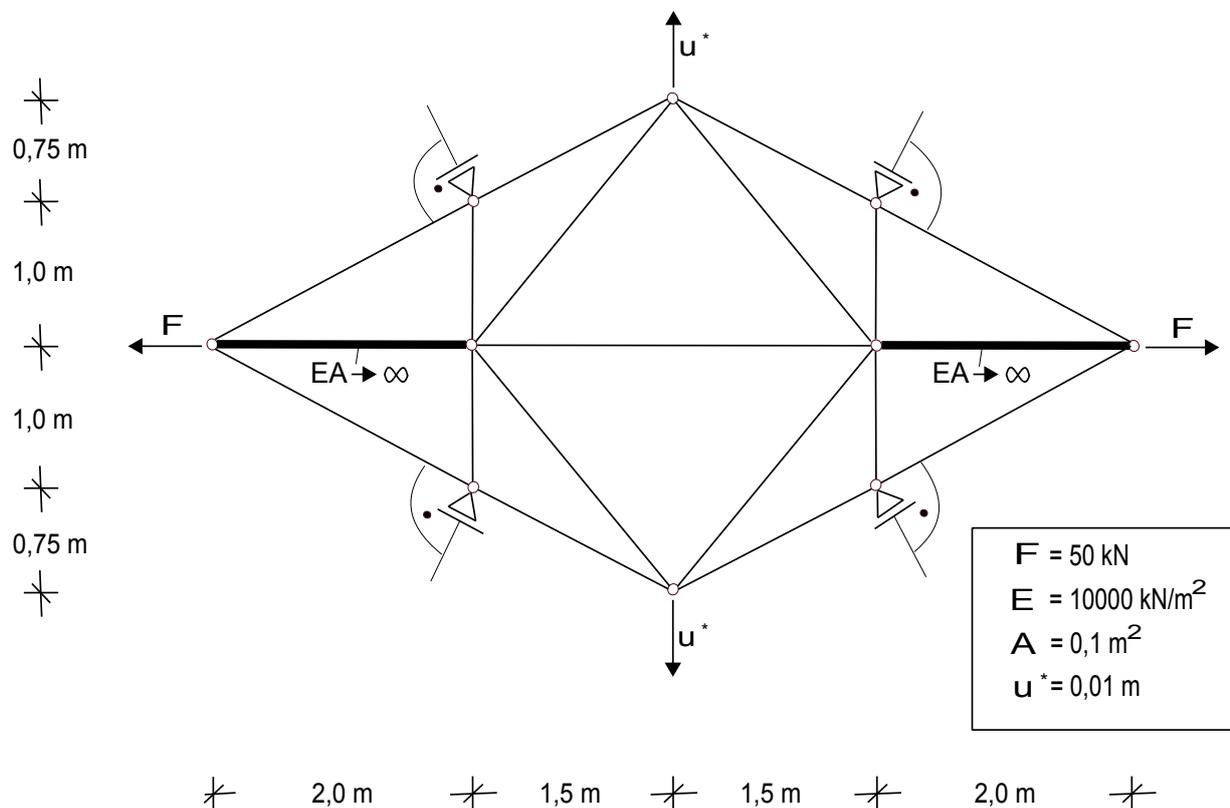
$$\mathbf{f} = \begin{pmatrix} -48 \\ f_2 \end{pmatrix}.$$

**Aufgabe 3**

max.  $\Sigma$  Punkte: 33

erreichte  $\Sigma$  Punkte:

Das dargestellte Fachwerksystem ist an zwei Knoten mit je einer Kraft  $F$  belastet. An zwei weiteren Knoten ist die Verschiebung  $u^*$  vorgeschrieben. Alle Materialparameter und Geometriedaten sind der Systemskizze zu entnehmen. Alle Berechnungen sind mit Hilfe der **Finite Elemente Methode** auf Basis linearer Ansatzfunktionen durchzuführen.



- Skizzieren Sie die Verformungsfigur des Systems.
- Wie viele Freiheitsgrade hat das System unter Berücksichtigung von Symmetrie und homogenen DIRICHLET-Randbedingungen?
- Bestimmen Sie alle notwendigen Einträge der Elementsteifigkeitsmatrizen  $\mathbf{k}^e$ .
- Bestimmen Sie die zu den unbekanntenen Knotenfreiheitsgraden korrespondierende reduzierte Gesamtsteifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}_{red}$  des Systems.
- Bestimmen Sie den reduzierten Systemknotenlastvektor  $\mathbf{r}_{red}$ .
- Berechnen Sie die Verformungen  $\mathbf{u}$  des Systems und vergleichen Sie die berechneten Ergebnisse mit Ihrer erwarteten Verformungsfigur.