#### Bachelor - Studiengang Bauingenieurwesen

### Prüfungsfach

# Statik und Tragwerkslehre B

#### Klausur am 25.02.2013

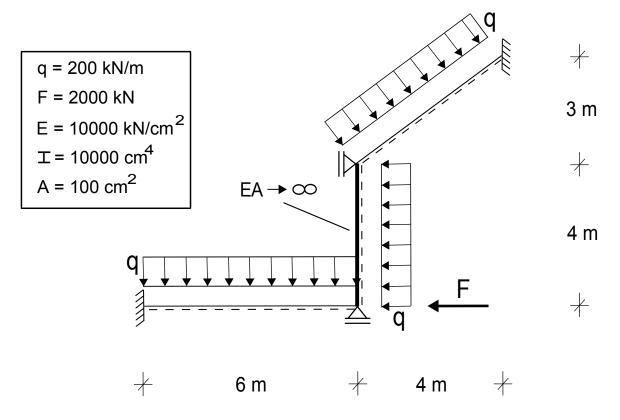
Name:		Vorname:					MatrNr.:			
	(bitte deu	tlich schreiben)						(9-stellig)		
		A C 1	-1			4				
		Aufgabe	+	2	3	4	Summe			
		mögliche Punkte	<del>15</del>	27	15	33	90			
		erreichte Punkte								

### Wichtige Hinweise

- Dauer der Klausur: 90 Minuten, davon 15 Minuten für Aufgaben ohne Hilfsmittel (Typ I), 75 Minuten für Aufgaben mit Hilfsmittel (Typ II).
- Prüfen Sie, ob alle Aufgabenblätter vorhanden sind.
- Schreiben Sie auf das Deckblatt Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer.
- Geben Sie bei den Aufgaben, die ohne Hilfsmittel zu bearbeiten sind, Ihre Lösungen auf den Aufgabenblättern an. Bei Bedarf können Sie weiteres farbiges Schreibpapier anfordern. Verwenden Sie hierfür kein eigenes Papier.
- Die Aufgabenblätter zu den Aufgaben, die mit Hilfsmitteln zu bearbeiten sind, sind zusammen mit den zugehörigen Lösungen abzugeben.
- Keine grünen Stifte verwenden.
- Die Lösungen sollen alle Nebenrechnungen und Zwischenergebnisse enthalten.
- Programmierbare Rechner nur ohne Programmteil benutzen.
- Die Benutzung von Notebooks, Laptops, PDA ist nicht zulässig. Bei der Lösung der Aufgaben ohne Hilfsmittel (Typ I) ist auch die Benutzung von Taschenrechnern verboten.
- Mobiltelefone sind während der Klausur abzuschalten und dürfen nicht benutzt werden.
- Das Verlassen des Klausurraumes zwischen Aufgaben Typ I und Typ II der Klausur ist nicht gestattet. Gleiches gilt für das Verlassen des Raumes vor Ablauf der Bearbeitungszeit.
- Toillettenbesuche sind nur einzeln unter Hinterlegung des Studentenausweises bei den Aufsichtspersonen gestattet.

**Aufgabe 2** max.  $\sum$  Punkte: 27 erreichte  $\sum$  Punkte:

Das dargestellte Tragwerk ist mit drei konstanten Streckenlasten q und einer Einzellast F belastet. Alle Materialparameter und Geometriedaten sind bekannt und können der Systemskizze entnommen werden. Die Normalkräfte nach Theorie I. Ordnung wurden bereits berechnet (siehe Skizze A).



- a) Skizzieren Sie die Verformungsfigur für die gegebene Belastung.
- b) Berechnen Sie die zu den unbekannten Knotenfreiheitsgraden korrespondierende reduzierte Gesamtsteifigkeitsmatrix des Systems  $\mathbf{K}_{red}$  nach Theorie 2. Ordnung. Verwenden Sie hierfür folgende lokale Elementsteifigkeitsmatrix:

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{EI}{l^3} \left[ 2(\bar{A} + \bar{B}) - \epsilon^2 \right] & -\frac{EI}{l^2} (\bar{A} + \bar{B}) & 0 & -\frac{EI}{l^3} \left[ 2(\bar{A} + \bar{B}) - \epsilon^2 \right] -\frac{EI}{l^2} (\bar{A} + \bar{B}) \\ 0 & -\frac{EI}{l^2} (\bar{A} + \bar{B}) & \frac{EI}{l} \bar{A} & 0 & \frac{EI}{l^2} (\bar{A} + \bar{B}) & \frac{EI}{l} \bar{B} \\ -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{EI}{l^3} \left[ 2(\bar{A} + \bar{B}) - \epsilon^2 \right] & \frac{EI}{l^2} (\bar{A} + \bar{B}) & 0 & \frac{EI}{l^3} \left[ 2(\bar{A} + \bar{B}) - \epsilon^2 \right] & \frac{EI}{l^2} (\bar{A} + \bar{B}) \\ 0 & -\frac{EI}{l^2} (\bar{A} + \bar{B}) & \frac{EI}{l} \bar{B} & 0 & \frac{EI}{l^2} (\bar{A} + \bar{B}) & \frac{EI}{l} \bar{A} \end{bmatrix}$$

$$\underline{\mathrm{mit:}} \quad \bar{A} = \frac{\varepsilon(\sin\varepsilon - \varepsilon\,\cos\varepsilon)}{2(1-\cos\varepsilon) - \varepsilon\,\sin\varepsilon}, \quad \bar{B} = \frac{\varepsilon(\varepsilon-\sin\varepsilon)}{2(1-\cos\varepsilon) - \varepsilon\,\sin\varepsilon}.$$

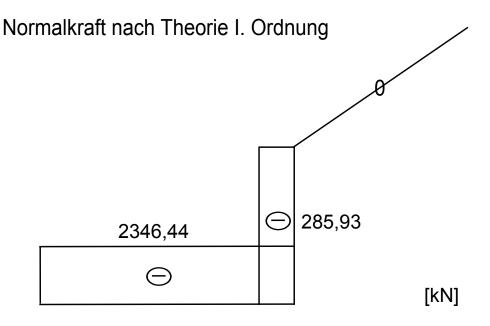
## RUHR-UNIVERSITÄT BOCHUM, FAKULTÄT FÜR BAU- UND UMWELTINGENIEURWISSENSCHAFTEN, STATIK UND DYNAMIK

#### **Hinweis:**

Vereinfachend kann für zugbeanspruchte Stäbe nach Theorie 1. Ordnung gerechnet werden!

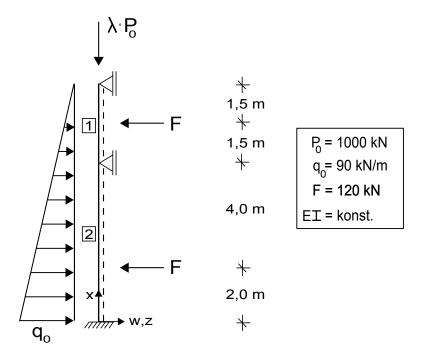
- c) Bestimmen Sie den reduzierten Systemlastvektor  $\mathbf{r}_{red}$  nach Theorie 2. Ordnung.
- d) Berechnen Sie die unbekannten Knotenfreiheitsgrade des Tragwerks nach Theorie 2. Ordnung und vergleichen Sie die berechneten Ergebnisse mit Ihrer erwarteten Verformungsfigur.

## Skizze A



**Aufgabe 3** max.  $\sum$  Punkte: 15 erreichte  $\sum$  Punkte:

Das dargestellte System ist unter Berücksichtigung der dargestellten Lasteinleitung nach dem <u>Verfahren von Ritz</u> und unter Verwendung des Prinzips der virtuellen Verschiebungen zu bearbeiten. Alle Geometrieparameter und Materialdaten sind der Systemskizze zu entnehmen.



<u>Hinweis:</u> Für den maßgebenden Druckstab ist der Einfluss der Axialdehnung  $\varepsilon(x)$  bzw. der virtuellen Axialdehnung  $\delta\varepsilon(x)$  zu vernachlässigen!

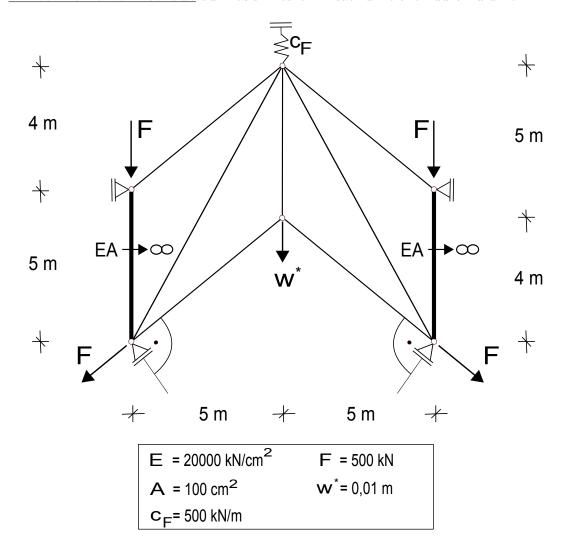
<u>Hinweis:</u> Das zwischen den beiden Stäben übertragene Stützmoment wirkt für die Stabilitätsuntersuchung entlastend und kann auf der sicheren Seite liegend vernachlässigt werden!

- a) Bestimmen Sie mit Hilfe der analytisch ermittelten Knicklasten den für das Knicken maßgebenden Druckstab des Systems.
  - Alle weiteren Aufgabenteile sind nur für den ermittelten, für Stabilität relevanten, Stab zu bearbeiten.
- b) Geben Sie das Prinzip der virtuellen Verschiebungen für das maßgebenden Druckstab an. Drücken Sie alle Schnittgrößen und Verzerrungen durch w(x) bzw. Ableitungen von w(x) aus.
- c) Wählen Sie einen geeigneten zweigliedrigen Verschiebungsansatz für den maßgebenden Druckstab!
- d) Berechnen Sie mit Hilfe des gewählten Verschiebungsansatzes die mit einem Fragezeichen gekennzeichneten Einträge der geometrischen Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}_g$  und des Belastungsvektors  $\mathbf{f}$ .

$$\mathbf{K}_g = \left( \begin{array}{cc} \mathbf{X} & ? \\ ? & \mathbf{X} \end{array} \right), \quad \mathbf{f} = \left( \begin{array}{cc} ? \\ \mathbf{X} \end{array} \right) \ .$$

**Aufgabe 4** max.  $\sum$  Punkte: 33 erreichte  $\sum$  Punkte:

Das dargestellte symmetrische Fachwerksystem ist an vier Knoten mit einer Einzellast F belastet. An einem weiteren Knoten ist die Verschiebung  $w^*$  vorgeschrieben. Alle Materialparameter und Geometriedaten sind der Systemskizze zu entnehmen. Alle Berechnungen sind mit Hilfe der **Finite Elemente Methode** auf Basis linearer Ansatzfunktionen durchzuführen.



- a) Skizzieren Sie die Verformungsfigur des Systems.
- b) Wie viele unbekannte Freiheitsgrade hat das Fachwerksystem unter Berücksichtigung der Symmetrie? Zeichnen Sie diese in die Skizze ihrer Verformungsfigur.
- c) Berechnen Sie alle notwendigen Einträge der globalen Elementsteifigkeitsmatrizen  $\mathbf{k}^{e'}$ .
- d) Berechnen Sie die zu den unbekannten Knotenfreiheitsgraden korrespondierende reduzierte Gesamtsteifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}_{red}$  des Systems.
- e) Berechnen Sie den reduzierten Systemknotenlastvektor  $\mathbf{r}_{red}$ .
- f) Berechnen Sie die unbekannten Knotenverschiebungen u des Systems.