Bachelor - Studiengang Bauingenieurwesen

Prüfungsfach

Statik und Tragwerkslehre B

Klausur am 27.02.2012

Name: ______________________________ Vorname: ______________________________ Matr.-Nr.: ______________
(bitte deutlich schreiben) (9-stellig)

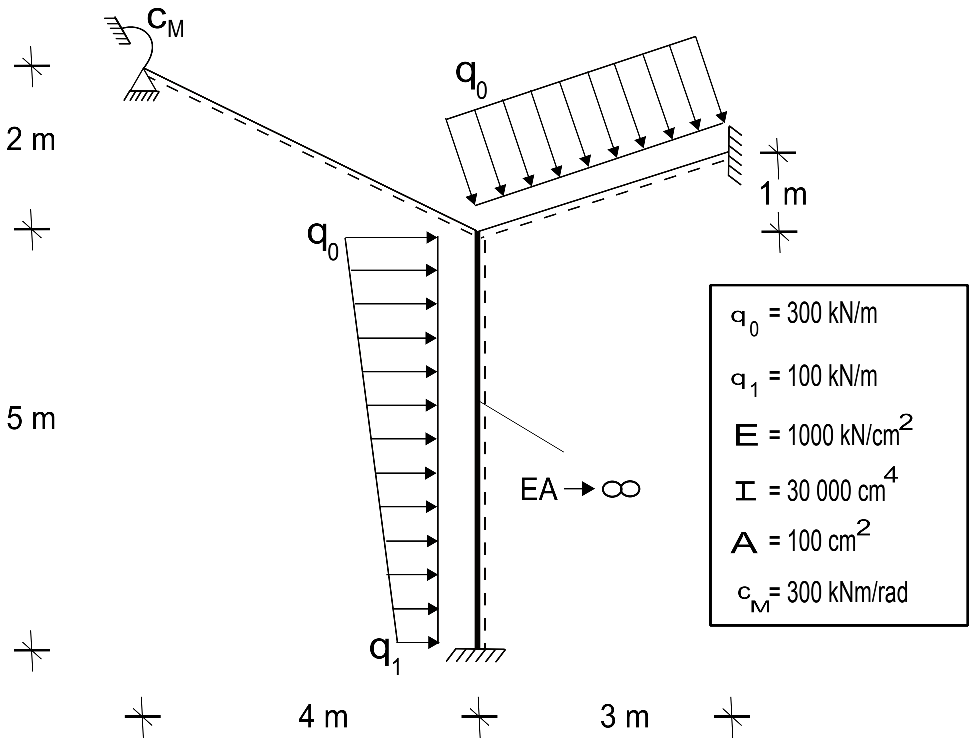
Aufgabe	~~1~~	2	3	4	Summe
mögliche Punkte	~~15~~	32	11	32	90
erreichte Punkte					

Wichtige Hinweise

- Dauer der Klausur: 90 Minuten,
  davon 15 Minuten für Aufgaben ohne Hilfsmittel (Typ I),
  75 Minuten für Aufgaben mit Hilfsmittel (Typ II).
- Prüfen Sie, ob alle Aufgabenblätter vorhanden sind.
- Schreiben Sie auf das Deckblatt Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer.
- Geben Sie bei den Aufgaben, die ohne Hilfsmittel zu bearbeiten sind, Ihre Lösungen auf den Aufgabenblättern an. Bei Bedarf können Sie weiteres farbiges Schreibpapier anfordern. Verwenden Sie hierfür kein eigenes Papier.
- Die Aufgabenblätter zu den Aufgaben, die mit Hilfsmitteln zu bearbeiten sind, sind zusammen mit den zugehörigen Lösungen abzugeben.
- Keine grünen Stifte verwenden.
- Die Lösungen sollen alle Nebenrechnungen und Zwischenergebnisse enthalten.
- Programmierbare Rechner nur ohne Programmteil benutzen.
- Die Benutzung von Notebooks, Laptops, PDA ist nicht zulässig. Bei der Lösung der Aufgaben ohne Hilfsmittel (Typ I) ist auch die Benutzung von Taschenrechnern verboten.
- Mobiltelefone sind während der Klausur abzuschalten und dürfen nicht benutzt werden.
- Das Verlassen des Klausurraumes zwischen Aufgaben Typ I und Typ II der Klausur ist nicht gestattet. Gleiches gilt für das Verlassen des Raumes vor Ablauf der Bearbeitungszeit.
- Toillettenbesuche sind nur einzeln unter Hinterlegung des Studentenausweises bei den Aufsichtspersonen gestattet.

Aufgabe 1 max. $\sum$ Punkte: 32 erreichte $\sum$ Punkte:

Das dargestellte Tragwerk ist mit einer konstanten Streckenlasten q_0 und einer linear veränderlichen Streckenlast (q_0, q_1) belastet. Alle Materialparameter und Geometriedaten sind bekannt und können der Systemskizze entnommen werden. Die Normalkräfte nach Theorie I. Ordnung wurden bereits berechnet und können Skizze A entnommen werden.



a) Skizzieren Sie die Verformungsfigur bei gegebener Belastung.

b) Berechnen Sie die zu den unbekannten Knotenfreiheitsgraden korrespondierende reduzierte Gesamtsteifigkeitsmatrix des Systems $\mathbf{K}_{red}$ nach <u>**Theorie 2. Ordnung**</u>. Verwenden Sie hierfür folgende Elementsteifigkeitsmatrix:

$$\mathbf{k} = \left[\begin{array}{ccc|ccc}
\frac{EA}{l} & 0 & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 & 0 \\
0 & \frac{EI}{l^3}\left[2(\bar{A}+\bar{B})-\epsilon^2\right] & -\frac{EI}{l^2}(\bar{A}+\bar{B}) & 0 & -\frac{EI}{l^3}\left[2(\bar{A}+\bar{B})-\epsilon^2\right] & -\frac{EI}{l^2}(\bar{A}+\bar{B}) \\
0 & -\frac{EI}{l^2}(\bar{A}+\bar{B}) & \frac{EI}{l}\bar{A} & 0 & \frac{EI}{l^2}(\bar{A}+\bar{B}) & \frac{EI}{l}\bar{B} \\
\hline
-\frac{EA}{l} & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & 0 & 0 \\
0 & -\frac{EI}{l^3}\left[2(\bar{A}+\bar{B})-\epsilon^2\right] & \frac{EI}{l^2}(\bar{A}+\bar{B}) & 0 & \frac{EI}{l^3}\left[2(\bar{A}+\bar{B})-\epsilon^2\right] & \frac{EI}{l^2}(\bar{A}+\bar{B}) \\
0 & -\frac{EI}{l^2}(\bar{A}+\bar{B}) & \frac{EI}{l}\bar{B} & 0 & \frac{EI}{l^2}(\bar{A}+\bar{B}) & \frac{EI}{l}\bar{A}
\end{array}\right],$$

<u>mit:</u> $\bar{A} = \frac{\varepsilon(\sin\varepsilon - \varepsilon\cos\varepsilon)}{2(1-\cos\varepsilon)-\varepsilon\sin\varepsilon}$, $\bar{B} = \frac{\varepsilon(\varepsilon - \sin\varepsilon)}{2(1-\cos\varepsilon)-\varepsilon\sin\varepsilon}$.

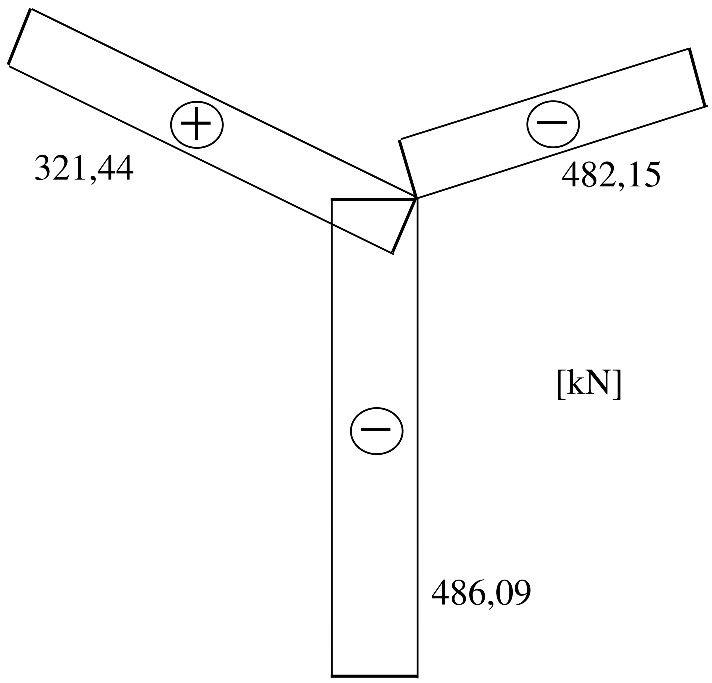
<u>**Hinweis:**</u>
Vereinfachend kann für zugbeanspruchte Stäbe nach Theorie 1. Ordnung gerechnet werden!

c) Bestimmen Sie den reduzierten Systemlastvektor $\mathbf{r}_{red}$ nach Theorie 2. Ordnung.

d) Berechnen Sie die unbekannten Knotenfreiheitsgrade des Tragwerks nach Theorie 2. Ordnung und vergleichen Sie die berechneten Ergebnisse mit Ihrer erwarteten Verformungsfigur.

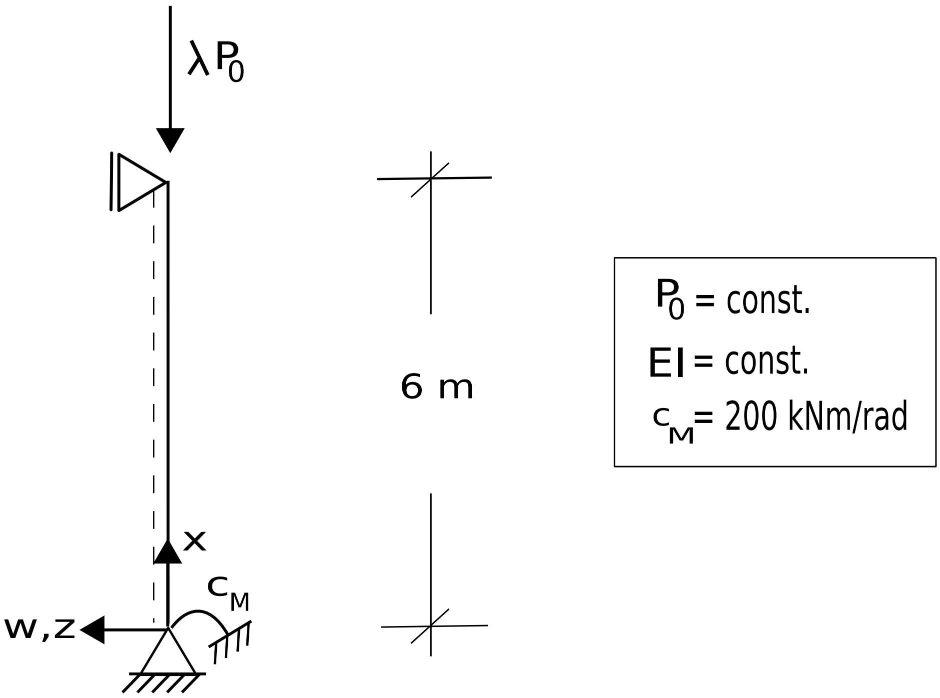
Skizze A

Normalkraft nach Theorie I. Ordnung



Aufgabe 2 max. $\sum$ Punkte: 11 erreichte $\sum$ Punkte:

Das dargestellte System ist unter Berücksichtigung der dargestellten Lasteinleitung und nach dem **Verfahren von Ritz** unter Verwendung des Prinzips der virtuellen Verschiebungen zu bearbeiten. Alle Geometrieparameter und Materialdaten sind der Systemskizze zu entnehmen.



Für die wirklichen bzw. die virtuellen Verschiebungen werden zweigliedrige Ansätze verwendet:

$$w(x) = \sum_{i=1}^{2} a_i \cdot h_i(x)$$
$$\delta w(x) = \sum_{i=1}^{2} \delta a_i \cdot h_i(x)$$

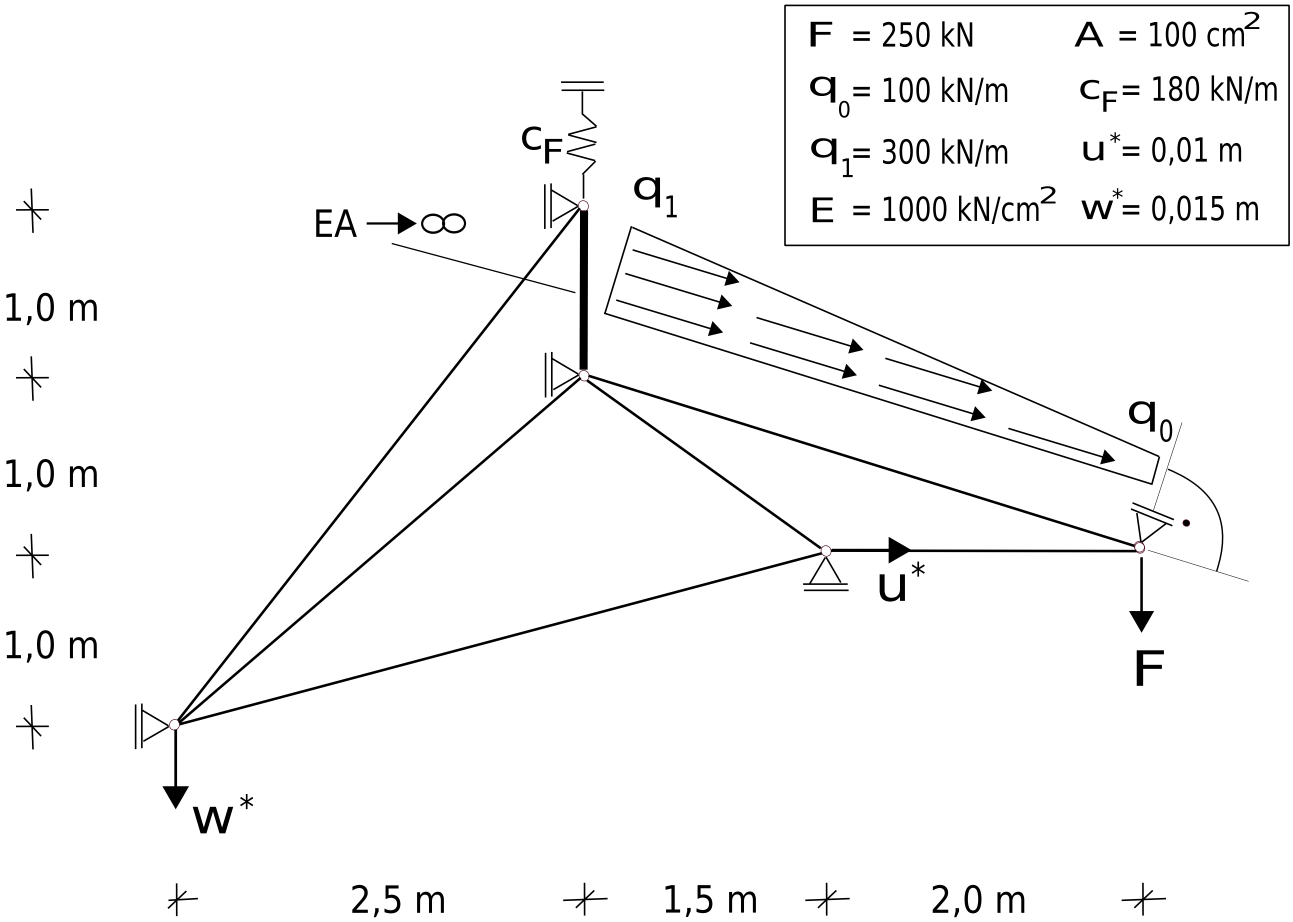
a) Geben Sie das Prinzip der virtuellen Verschiebung für das dargestellte Problem an. Drücken Sie alle Schnittgrößen und Verzerrungen durch $w(x)$ bzw. Ableitungen von $w(x)$ aus.

b) Wählen Sie eine geeignete zweigliedrige Ansatzfunktionen $h_i(x)$, $i = 1, 2$. Berechnen Sie für diese Ansatzfunktionen die Koeffizienten K_{ij} der Federsteifigkeitsmatrix $\mathbf{K}_F$ (also nur jenen Teil der Steifigkeitsmatrix, der mit der federnden Einspannung zusammen hängt) für den Fall eines zweigliedrigen Verschiebungsansatzes.

c) Wie kann auf einfache Art und Weise eine untere und eine obere Schranke für die Knicklast des dargestellten Systems ermittelt werden?

Aufgabe 3 max. $\sum$ Punkte: 32 erreichte $\sum$ Punkte:

Das dargestellte Fachwerksystem ist an einem Knoten mit einer Kraft F und an einem Fachwerkstab mit einer Trapezlast (q_0, q_1) belastet. An zwei weiteren Knoten ist die Verschiebung u^* bzw. w^* vorgeschrieben. Alle Materialparameter und Geometriedaten sind der Systemskizze zu entnehmen. Alle Berechnungen sind mit Hilfe der **Finite Elemente Methode** auf Basis linearer Ansatzfunktionen durchzuführen.



a) Skizzieren Sie die Verformungsfigur des Systems.

b) Wie viele unbekannte Freiheitsgrade hat das Fachwerksystem?

c) Berechnen Sie alle notwendigen Einträge der globalen Elementsteifigkeitsmatrizen $\mathbf{k}^{e\prime}$.

d) Berechnen Sie die zu den unbekannten Knotenfreiheitsgraden korrespondierende reduzierte Gesamtsteifigkeitsmatrix $\mathbf{K}_{red}$ des Systems.

e) Berechnen Sie den reduzierten Systemknotenlastvektor $\mathbf{r}_{red}$.

f) Berechnen Sie die unbekannten Verschiebungen $\mathbf{u}$ des Systems.