

## Bachelor - Studiengang Bauingenieurwesen

### Prüfungsfach

# Statik und Tragwerkslehre B

Klausur am 21.02.2011

Name: \_\_\_\_\_ Vorname: \_\_\_\_\_ Matr.-Nr.: \_\_\_\_\_  
(bitte deutlich schreiben) (9-stellig)

| Aufgabe          | 1  | 2  | 3  | 4  | Summe |
|------------------|----|----|----|----|-------|
| mögliche Punkte  | 15 | 23 | 22 | 30 | 90    |
| erreichte Punkte |    |    |    |    |       |

### Wichtige Hinweise

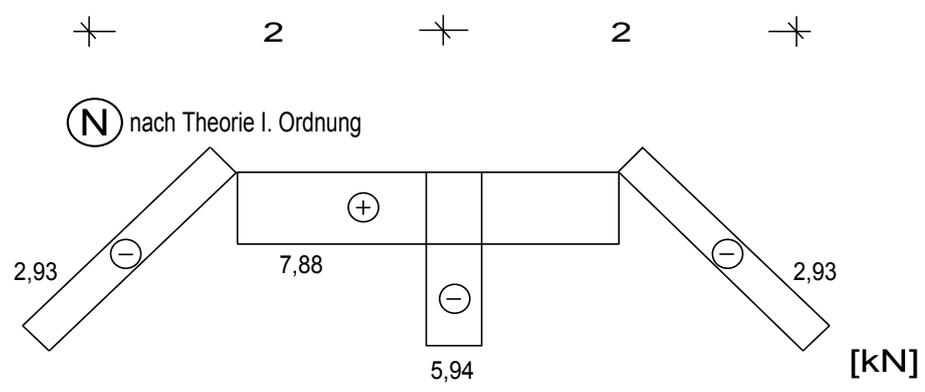
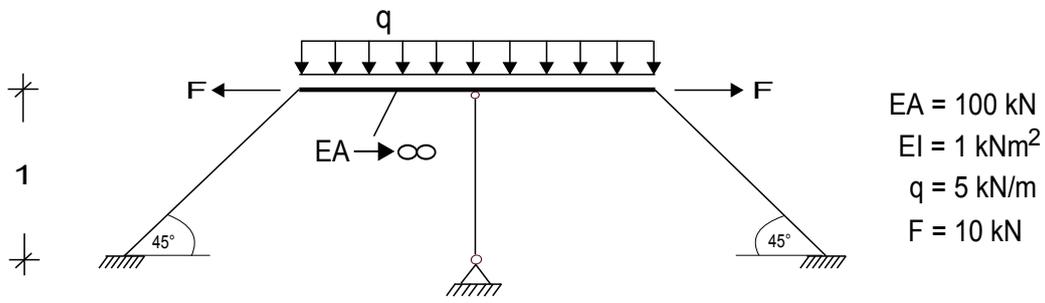
- Dauer der Klausur: 90 Minuten, davon 15 Minuten für Aufgaben ohne Hilfsmittel (Typ I), 75 Minuten für Aufgaben mit Hilfsmittel (Typ II).
- Prüfen Sie, ob alle Aufgabenblätter vorhanden sind.
- Schreiben Sie auf das Deckblatt Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer.
- Geben Sie bei den Aufgaben, die ohne Hilfsmittel zu bearbeiten sind, Ihre Lösungen auf den Aufgabenblättern an. Bei Bedarf können Sie weiteres farbiges Schreibpapier anfordern. Verwenden Sie hierfür kein eigenes Papier.
- Die Aufgabenblätter zu den Aufgaben, die mit Hilfsmitteln zu bearbeiten sind, sind zusammen mit den zugehörigen Lösungen abzugeben.
- Keine grünen Stifte verwenden.
- Die Lösungen sollen alle Nebenrechnungen und Zwischenergebnisse enthalten.
- Programmierbare Rechner nur ohne Programmteil benutzen.
- Die Benutzung von Notebooks, Laptops, PDA ist nicht zulässig. Bei der Lösung der Aufgaben ohne Hilfsmittel (Typ I) ist auch die Benutzung von Taschenrechnern verboten.
- Mobiltelefone sind während der Klausur abzuschalten und dürfen nicht benutzt werden.
- Das Verlassen des Klausorraumes zwischen Aufgaben Typ I und Typ II der Klausur ist nicht gestattet. Gleiches gilt für das Verlassen des Raumes vor Ablauf der Bearbeitungszeit.
- Toilettenbesuche sind nur einzeln unter Hinterlegung des Studentenausweises bei den Aufsichtspersonen gestattet.

**Aufgabe 1**

max.  $\Sigma$  Punkte: 23

erreichte  $\Sigma$  Punkte:

Das dargestellte Tragwerk ist mit zwei Einzellasten  $F$  und einer konstanten Streckenlasten  $q$  belastet. Alle Materialparameter und Geometriedaten sind bekannt und können der Systemskizze entnommen werden.



- Skizzieren Sie die Verformungsfigur bei gegebener Belastung.
- Bestimmen Sie die zu den unbekanntem Knotenfreiheitsgraden korrespondierende reduzierte Gesamtsteifigkeitsmatrix des Systems  $\mathbf{K}_{red}$  nach Theorie 2. Ordnung. Verwenden Sie hierfür folgende Elementsteifigkeitsmatrix:

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{EI}{l^3} [2(\bar{A} + \bar{B}) - \epsilon^2] & -\frac{EI}{l^2} (\bar{A} + \bar{B}) & 0 & -\frac{EI}{l^3} [2(\bar{A} + \bar{B}) - \epsilon^2] & -\frac{EI}{l^2} (\bar{A} + \bar{B}) \\ 0 & -\frac{EI}{l^2} (\bar{A} + \bar{B}) & \frac{EI}{l} \bar{A} & 0 & \frac{EI}{l^2} (\bar{A} + \bar{B}) & \frac{EI}{l} \bar{B} \\ \hline -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{EI}{l^3} [2(\bar{A} + \bar{B}) - \epsilon^2] & \frac{EI}{l^2} (\bar{A} + \bar{B}) & 0 & \frac{EI}{l^3} [2(\bar{A} + \bar{B}) - \epsilon^2] & \frac{EI}{l^2} (\bar{A} + \bar{B}) \\ 0 & -\frac{EI}{l^2} (\bar{A} + \bar{B}) & \frac{EI}{l} \bar{B} & 0 & \frac{EI}{l^2} (\bar{A} + \bar{B}) & \frac{EI}{l} \bar{A} \end{bmatrix},$$

mit:  $\bar{A} = \frac{\epsilon(\sin \epsilon - \epsilon \cos \epsilon)}{2(1 - \cos \epsilon) - \epsilon \sin \epsilon}, \quad \bar{B} = \frac{\epsilon(\epsilon - \sin \epsilon)}{2(1 - \cos \epsilon) - \epsilon \sin \epsilon}.$

**Hinweis:**

Vereinfachend kann für zugbeanspruchte Stäbe nach Theorie 1. Ordnung gerechnet werden!

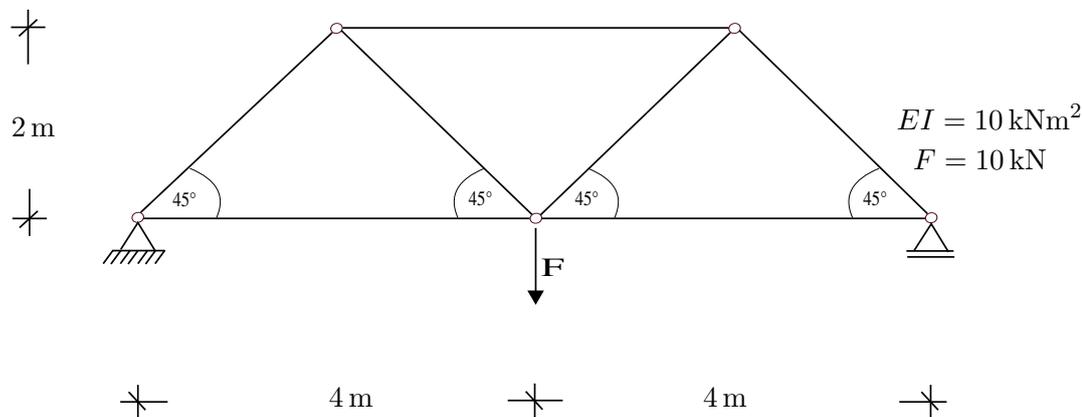
- c) Bestimmen Sie den reduzierten Systemlastvektor  $\mathbf{r}_{red}$ .
- d) Berechnen Sie die unbekanntenen Knotenfreiheitsgrade des Tragwerks nach Theorie 2. Ordnung und vergleichen Sie die berechneten Ergebnisse mit Ihrer erwarteten Verformungsfigur.

**Aufgabe 2**

max.  $\Sigma$  Punkte: 22

erreichte  $\Sigma$  Punkte:

Für das dargestellte Fachwerksystem soll unter Berücksichtigung der dargestellten Lasteinleitung und nach dem **Verfahren von Ritz** unter Verwendung des Prinzips der virtuellen Verschiebungen die Knicklast  $P_{k,i}$  des maßgebenden Druckstabes berechnet werden. Alle Geometrieparameter und Materialdaten sind der Systemskizze zu entnehmen.



**Hinweis:** Bei der Bearbeitung der gesamten Aufgabe ist der Einfluß der Axialdehnung  $\varepsilon(x)$  bzw. der virtuellen Axialdehnung  $\bar{\varepsilon}(x)$  zu vernachlässigen!

- Berechnen Sie die maximale Druckkraft des Fachwerksystems. Der betreffende Stab ist somit für die weiteren Stabilitätsuntersuchungen maßgebend!
- Geben Sie das Prinzip der virtuellen Verschiebungen für den maßgebenden Druckstab an. Drücken Sie alle Schnittgrößen und Verzerrungen durch  $w(x)$  bzw. Ableitungen von  $w(x)$  aus.
- Zur Berechnung der Knicklast  $P_{k,i}$  des maßgebenden Druckstabes wird folgender zweigliedriger Verschiebungsansatz gewählt:

$$\mathbf{h}(x) = \begin{bmatrix} h_1(x) \\ h_2(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{5}{4} \left( x^2 - \frac{x^3}{L} \right) \\ \frac{5}{4} \left( x^3 - \frac{x^4}{L} \right) \end{bmatrix}$$

Berechnen Sie mit Hilfe dieses Verschiebungsansatzes die unbekanntenen Einträge der materiellen Steifigkeismatrix  $\mathbf{K}_m$  und der geometrischen Steifigkeismatrix  $\mathbf{K}_g$ .

$$\mathbf{K}_m = \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{m11} & 1000 \\ 1000 & \mathbf{K}_{m22} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{K}_g = \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{g11} & 400 \\ 400 & \mathbf{K}_{g22} \end{pmatrix}.$$

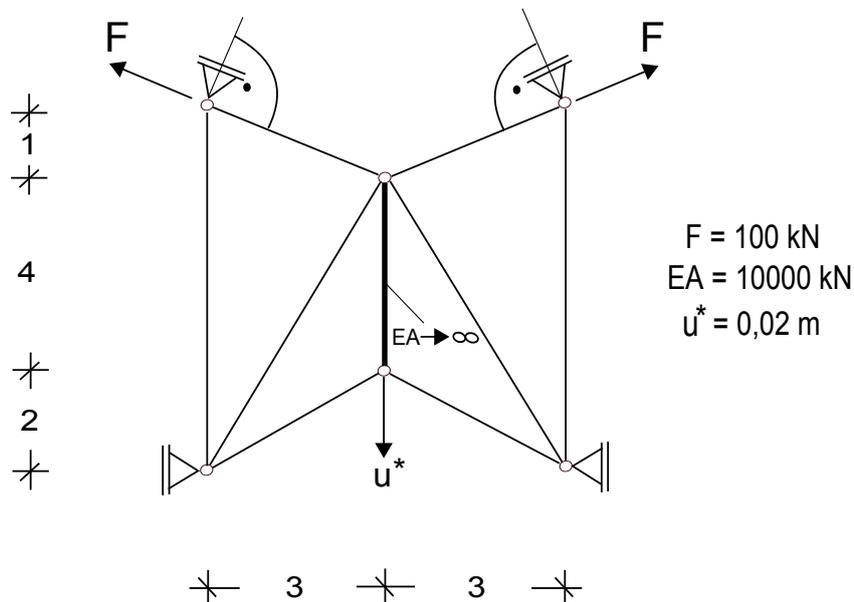
- Berechnen Sie die Knicklast  $P_{k,i}$  für den maßgebenden Druckstab.
- Skizzieren Sie qualitativ die Knickfigur des Fachwerksystems

**Aufgabe 3**

max.  $\Sigma$  Punkte: 30

erreichte  $\Sigma$  Punkte:

Das dargestellte Fachwerksystem ist an zwei Knoten mit je einer Kraft  $F$  belastet. An einem weiteren Knoten ist die Verschiebung  $u^*$  vorgeschrieben. Alle Materialparameter und Geometriedaten sind der Systemskizze zu entnehmen. Alle Berechnungen sind mit Hilfe der **Finite-Elemente-Methode** auf Basis linearer Ansatzfunktionen durchzuführen.



- Skizzieren Sie die Verformungsfigur des Systems.
- Wie viele Freiheitsgrade hat das System unter Berücksichtigung von Symmetrie und homogenen DIRICHLET-Randbedingungen?
- Bestimmen Sie alle notwendigen Einträge der Elementsteifigkeitsmatrizen  $\mathbf{k}^e$ .
- Bestimmen Sie die zu den unbekanntem Knotenfreiheitsgraden korrespondierende reduzierte Gesamtsteifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}_{red}$  des Systems.
- Bestimmen Sie den reduzierten Systemknotenlastvektor  $\mathbf{r}_{red}$ .
- Berechnen Sie die unbekanntem Verformungen  $\mathbf{u}$  des Systems und vergleichen Sie die berechneten Ergebnisse mit Ihrer erwarteten Verformungsfigur.