

Bachelorprüfung Frühjahr 2017

Modul 18 (BI)

Baustatik II und III (PO 2013)

Klausur am 03.03.2017

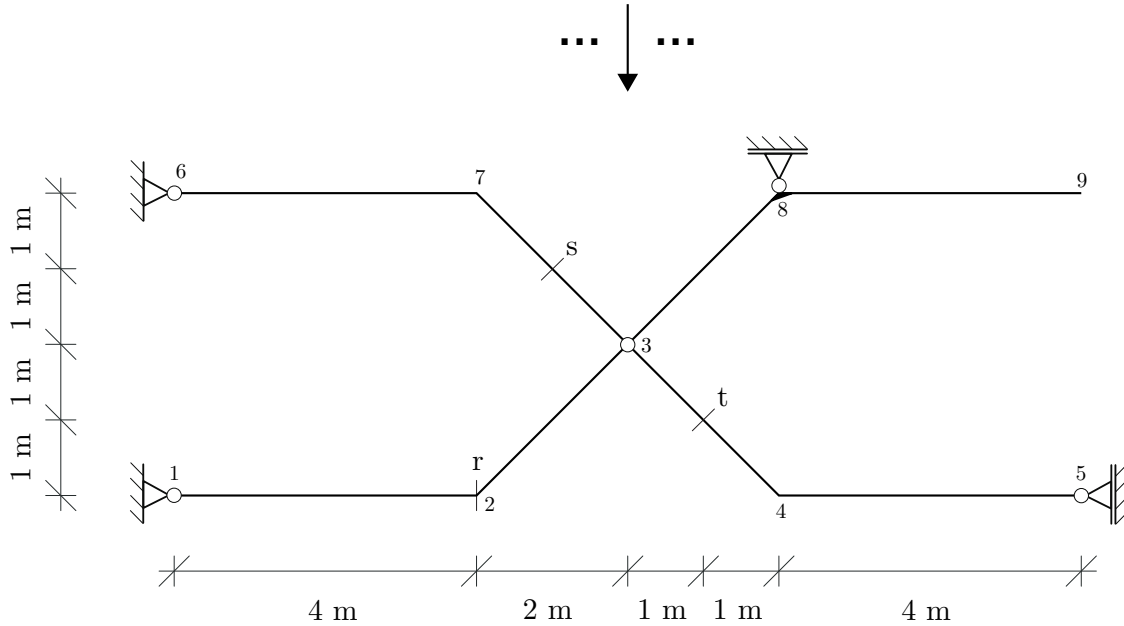
Name: _____ Vorname: _____ Matrikelnummer: _____
(bitte deutlich schreiben) (9stellig!)

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	Summe
mögliche Punkte	30	30	15	30	9	37	29	180
erreichte Punkte								

Wichtige Hinweise

- Dauer der Klausur: 180 Minuten, davon 30 Minuten für Aufgaben ohne Hilfsmittel (Typ I), 150 Minuten für Aufgaben mit Hilfsmittel (Typ II).
- Prüfen Sie, ob alle Aufgabenblätter vorhanden sind.
- Schreiben Sie auf das Deckblatt Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer.
- Geben Sie bei den Aufgaben, die ohne Hilfsmittel zu bearbeiten sind, Ihre Lösungen auf den Aufgabenblättern an. Bei Bedarf können Sie weiteres farbiges Schreibpapier anfordern. Verwenden Sie hierfür kein eigenes Papier.
- Die Aufgabenblätter zu den Aufgaben, die mit Hilfsmitteln zu bearbeiten sind, sind zusammen mit den zugehörigen Lösungen abzugeben.
- Keine grünen Stifte verwenden.
- Die Lösungen sollen alle Nebenrechnungen und Zwischenergebnisse enthalten.
- Taschenrechner sind nur bei der Lösung der Aufgaben mit Hilfsmittel (Typ II) erlaubt. Programmierbare Rechner nur ohne Programmteil benutzen.
- Die Benutzung von anderen elektronischen Geräten (z.B. Laptops, Mobiltelefone, Tablets, etc.) ist nicht zulässig. Diese Geräte sind während der Klausur abzuschalten und so wegzulegen, dass ein unmittelbarer Zugriff, (z.B. aus Taschen in der Kleidung) nicht möglich ist und sind in Taschen zu verwahren (z.B. Aktentasche, Rucksack, o.ä.). Falls diese Regel nicht eingehalten wird, gilt dies als Täuschungsversuch.
- Das Verlassen des Klausorraumes zwischen Aufgaben Typ I und Typ II der Klausur ist nicht gestattet. Gleiches gilt für das Verlassen des Raumes vor Ablauf der Bearbeitungszeit.
- Toilettenbesuche sind nur einzeln unter Hinterlegung des Studentenausweises bei den Aufsichtspersonen gestattet.

Aufgabe 2 (30 Punkte)

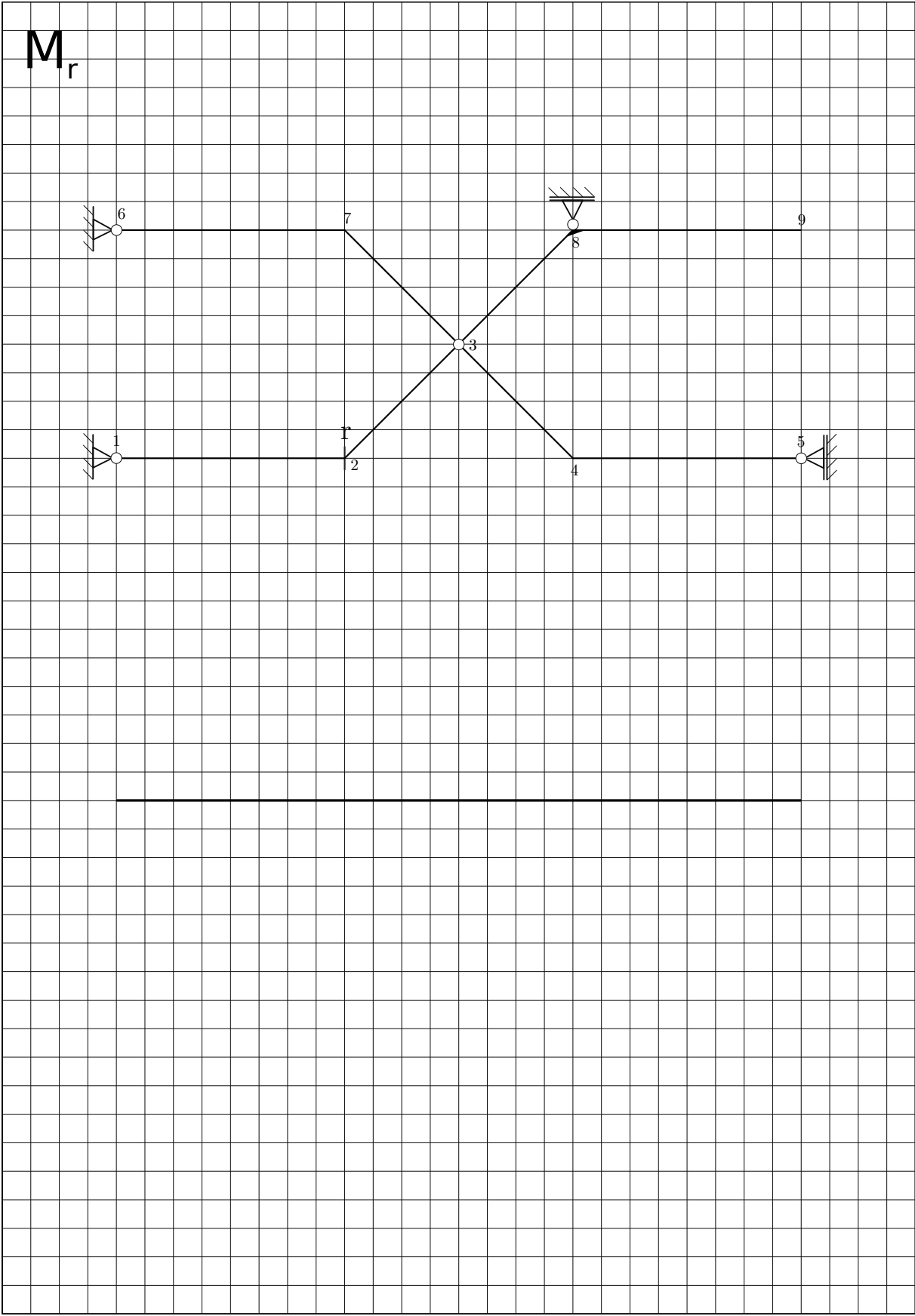


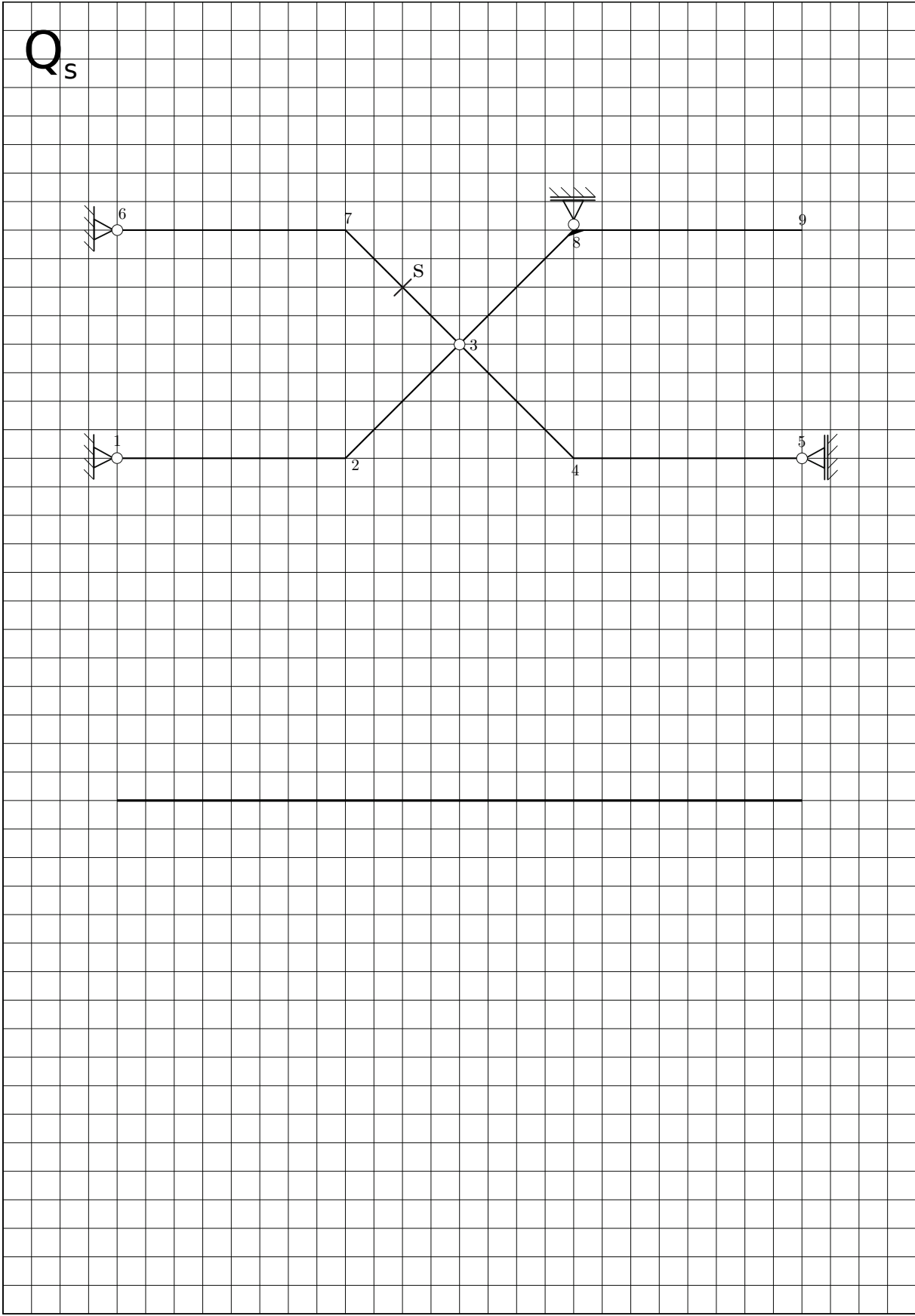
Bestimmen Sie für das dargestellte System die Einflusslinien für

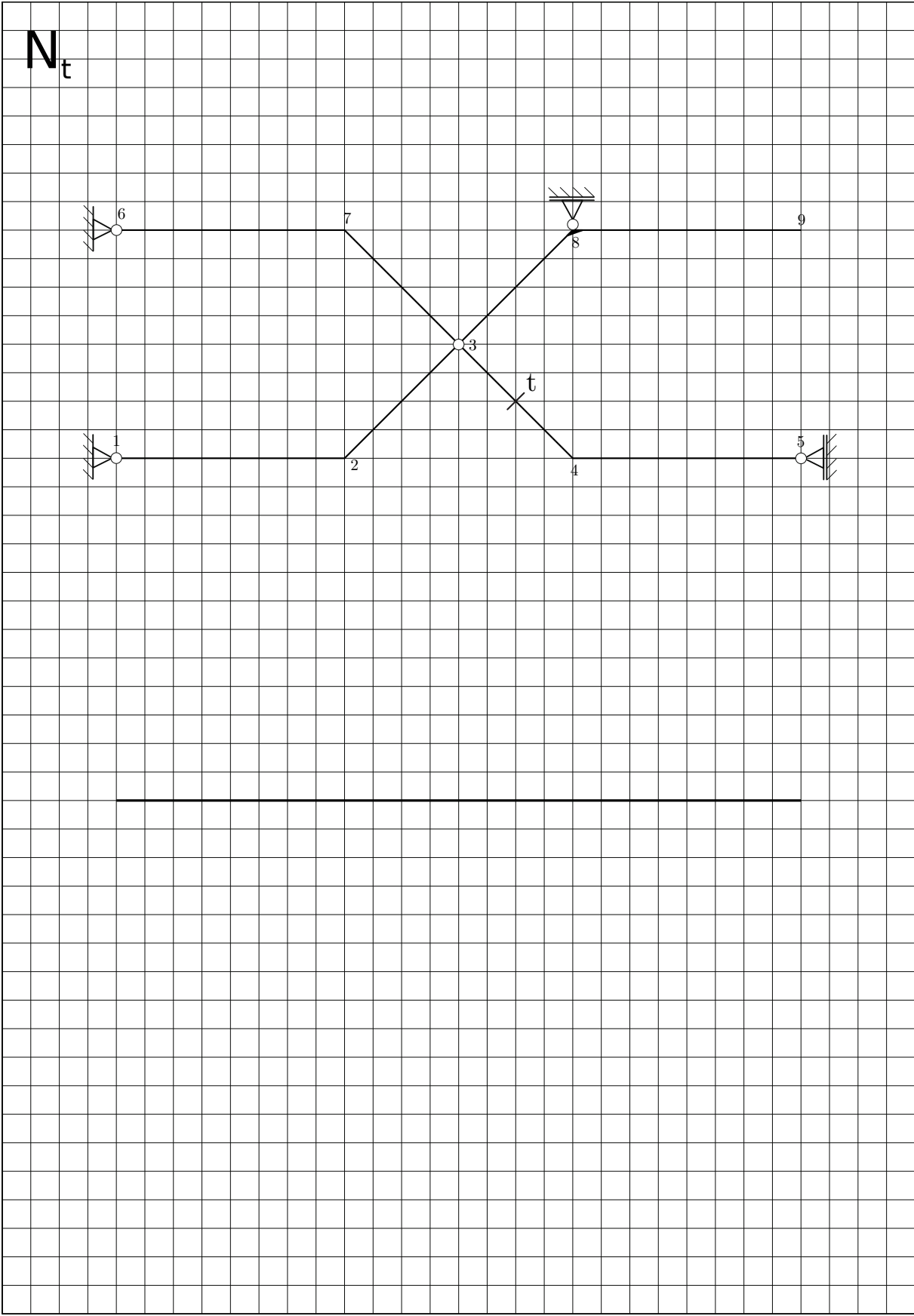
- (12 P.) das Moment M_r im Punkt r . Bringen Sie auf den Lastgurt beliebig kürzbare konstante Streckenlasten mit einem Wert von 15 kN/m so auf, dass sich das maximale positive Moment im Punkt r einstellt und ermitteln Sie dafür den Wert für das Moment M_r .
- (9 P.) die Querkraft Q_s im Punkt s .
- (4 P.) die Normalkraft N_t im Punkt t .
- (5 P.) die vertikale Auflagerkraft A_V am Knoten 1.

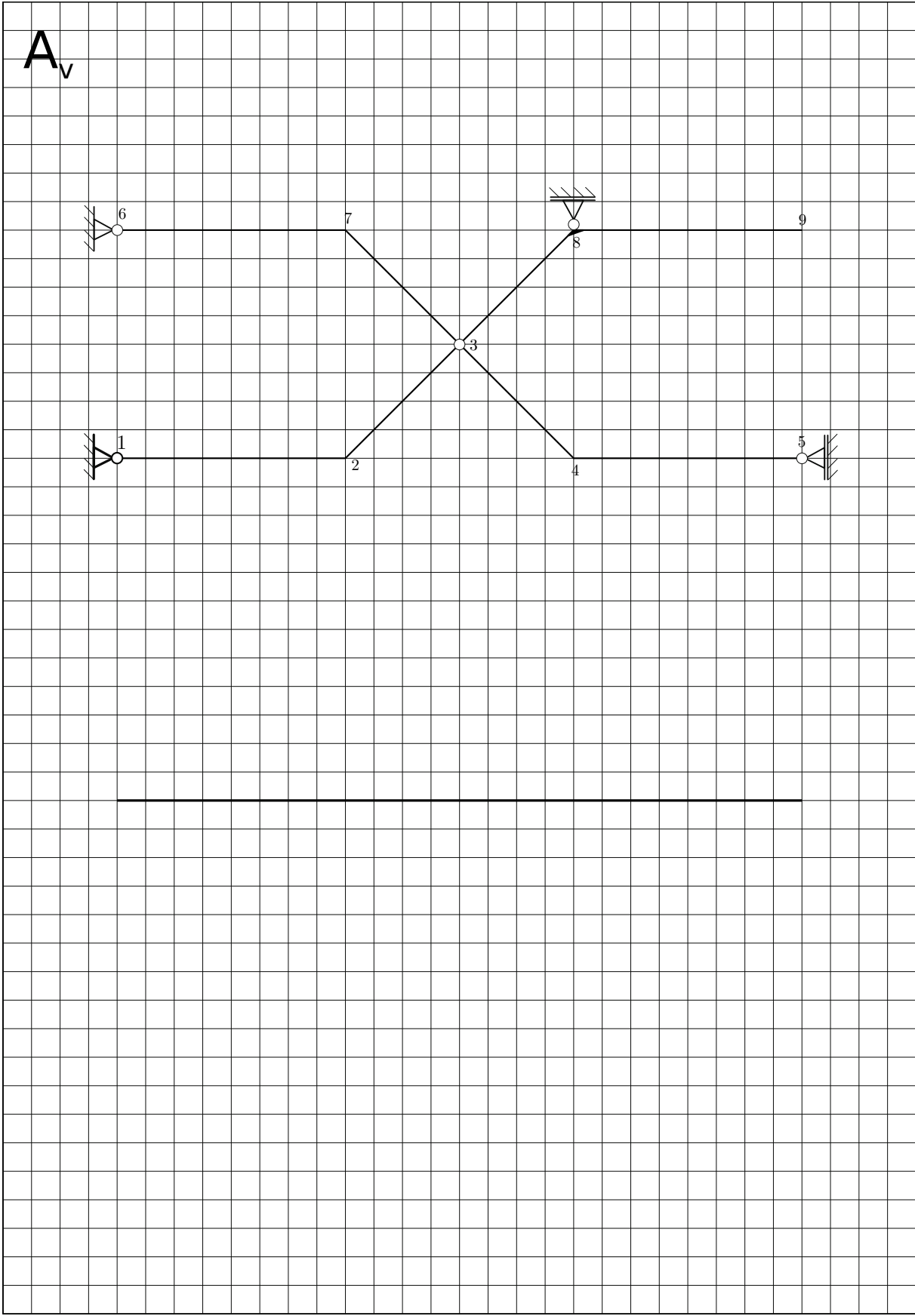
Der zu betrachtende Lastgurt des Systems ist 1-2-3-4-5.

Verwenden Sie die beigelegten Lösungszettel mit der entsprechenden Kennzeichnung (M_r , Q_s , N_t und A_V).







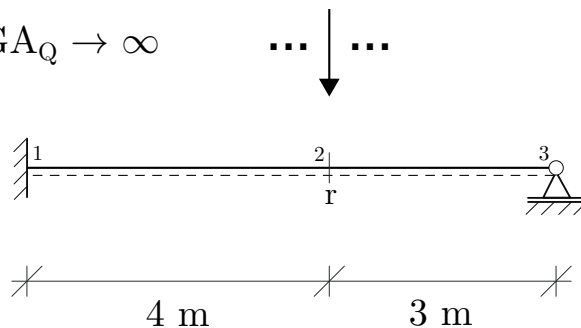


Aufgabe 3

(15 Punkte)

$$EI = 10^5 \text{ kNm}^2$$

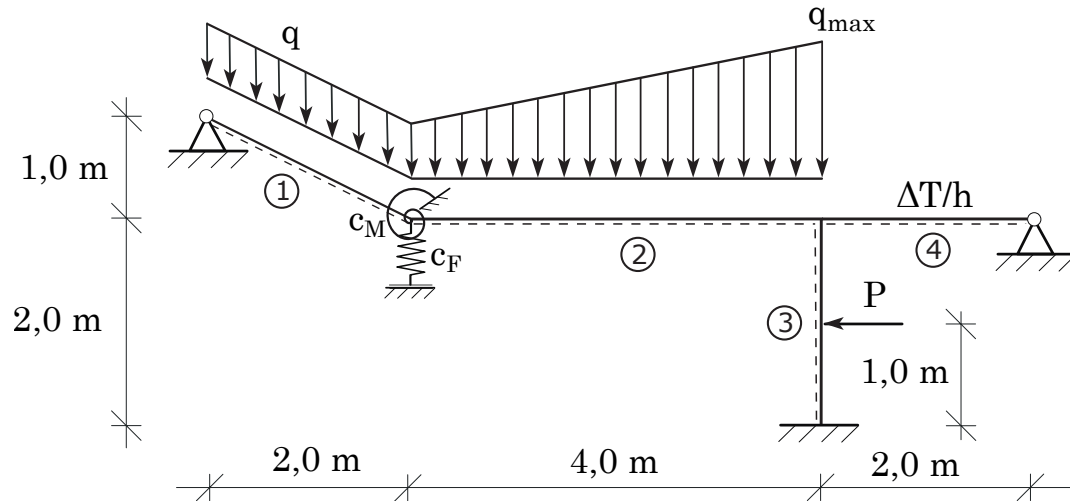
$$EA, GA_Q \rightarrow \infty$$



- (1 P.) Bestimmen Sie den Grad der statischen Unbestimmtheit n des dargestellten Systems.
- (12 P.) Ermitteln Sie die Einflusslinie des Moments M_r im Punkt r . Verwenden Sie hierfür das $(n - 1)$ -fach statisch unbestimmte System in Kombination mit dem ω -Verfahren.
- (2 P.) Welchen Betrag müsste eine Einzellast im Punkt r haben, sodass ein Moment $M_r = 10 \text{ kNm}$ am Knoten 2 auftritt?

Hinweis: Die Berechnung der Einflusslinie ist für das gesamte System erforderlich.

Aufgabe 4 (30 Punkte)



$$EI = 2 \cdot 10^4 \text{ kNm}^2$$

$$GA_Q \rightarrow \infty$$

$$\text{Stäbe 2, 3, 4: } EA \rightarrow \infty$$

$$\text{Stab 1: } EA = 2 \cdot 10^4 \text{ kN}$$

$$c_F = 5000 \text{ kN/m}$$

$$c_M \rightarrow \infty$$

$$P = 100 \text{ kN}$$

$$q = 20 \text{ kN/m}$$

$$q_{\max} = 40 \text{ kN/m}$$

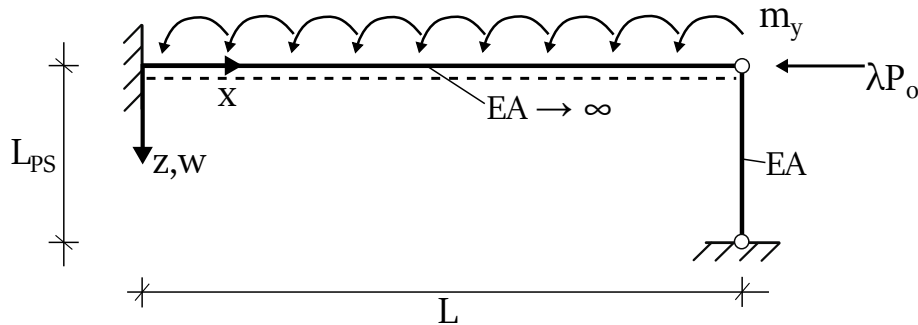
$$\text{Stab 4: } \Delta T/h = -50 \text{ K/m}$$

$$\alpha_T = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$$

- (2 P.) Bestimmen Sie den Grad der geometrischen Unbestimmtheit n_g des gezeigten Systems.
- (28 P.) Ermitteln Sie den Momentenverlauf des statischen Systems mit Hilfe des Weggrößenverfahrens und stellen Sie diesen grafisch dar.

Aufgabe 5 (9 Punkte)

Das dargestellte stabilitätsgefährdete statische System ist unter Berücksichtigung der dargestellten Lasteinleitung nach dem **Verfahren von Ritz** und unter Verwendung des Prinzips der virtuellen Verschiebungen zu bearbeiten. Alle Geometrieparameter und Materialdaten sind der Systemskizze zu entnehmen.



Material- und Querschnittswerte:

$$\begin{aligned} EA &= 18000 \text{ kN} \\ EI &= 7500 \text{ kNm}^2 \\ L &= 3 \text{ m} \\ L_{PS} &= 2 \text{ m} \end{aligned}$$

Belastung:

$$\begin{aligned} P_0 &= 1200 \text{ kN} \\ m_y &= 150 \text{ kNm/m} \end{aligned}$$

Verschiebungsansatz:

$$\underline{\mathbf{h}} = \begin{bmatrix} \frac{x^2}{L} \\ \frac{x^3}{L^2} \end{bmatrix}$$

Hinweis: Bei der Bearbeitung der gesamten Aufgabe ist der Einfluss der Axialverzerrung $\varepsilon(x)$ bzw. der virtuellen Axialverzerrung $\delta\varepsilon(x)$ zu vernachlässigen!

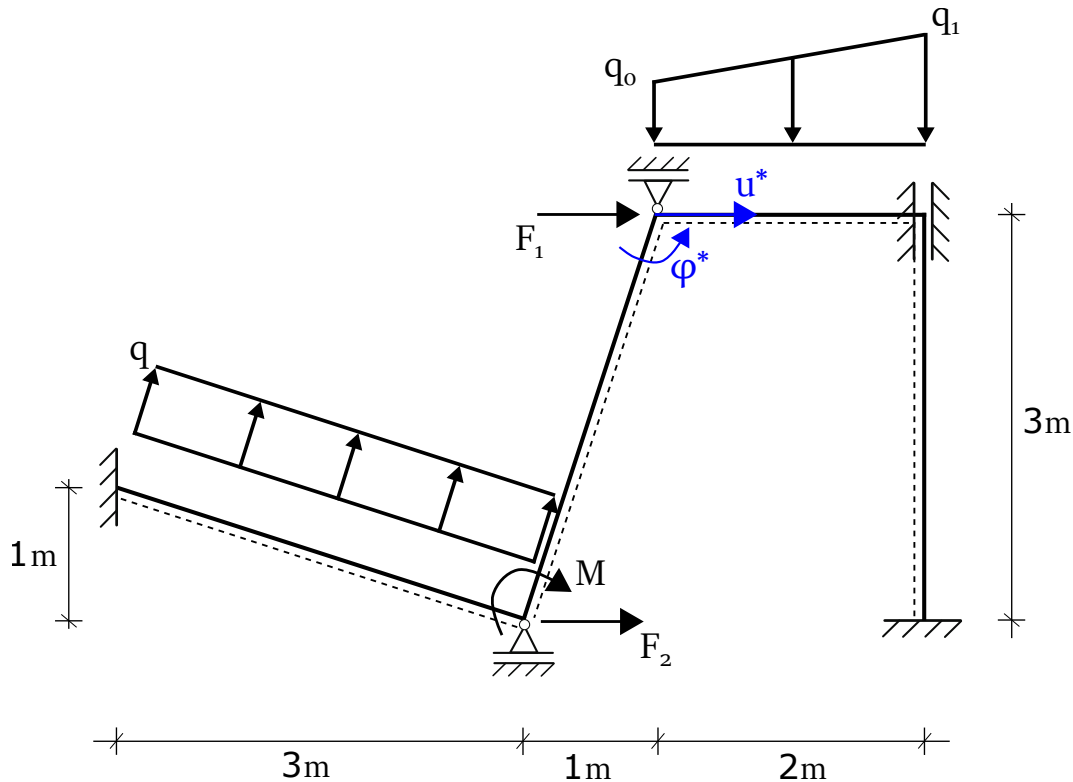
- (4 P.) Geben Sie das Prinzip der virtuellen Verschiebungen für das dargestellte System an. Drücken Sie alle Schnittgrößen und virtuellen Krümmungen durch $w(x)$ bzw. Ableitungen von $w(x)$ aus.
- (2 P.) Prüfen Sie den oben angegebenen zweigliedrigen Ansatz auf seine geometrische Zulässigkeit. Geben Sie hierfür die geometrischen Randbedingungen an.
- (3 P.) Geben Sie mit Hilfe des vorgegebenen Verschiebungsansatzes die fehlenden Einträge der materiellen Steifigkeitsmatrix \mathbf{K}_m , der Wegfeder-Steifigkeitsmatrix $\mathbf{K}_{c_{PS}}$ und der geometrischen Steifigkeitsmatrix \mathbf{G} an!

$$\mathbf{K}_m = \begin{bmatrix} 10000 & 15000 \\ 15000 & K_{m22} \end{bmatrix} \quad \mathbf{K}_{c_{PS}} = \begin{bmatrix} 81000 & 81000 \\ K_{c_{PS21}} & 81000 \end{bmatrix} \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} G_{11} & 5400 \\ 5400 & 6480 \end{bmatrix}$$

Aufgabe 6

(37 Punkte)

Für die dargestellte Konstruktion sollen die unbekanntenen Verformungen nach **Theorie 2. Ordnung** bestimmt werden. Alle Materialparameter und Geometriedaten des statischen Systems sowie zwei Verformungen u^* und φ^* an einem Knoten sind bekannt und können der Systemskizze entnommen werden. Die Normalkräfte nach Theorie I. Ordnung wurden bereits, wie auf der folgenden Seite dargestellt, berechnet. Vereinfachend kann für zugbeanspruchte Stäbe nach Theorie 1. Ordnung gerechnet werden!



Material- und Querschnittswerte:

$$E = 20000 \text{ kN/cm}^2$$

$$A = 50 \text{ cm}^2$$

$$I = 3000 \text{ cm}^4$$

vorgegebene Verformungen:

$$u^* = 0,1111 \text{ cm}$$

$$\varphi^* = -0,00604 \text{ rad}$$

Belastung:

$$F_1 = 250 \text{ kN}$$

$$F_2 = 700 \text{ kN}$$

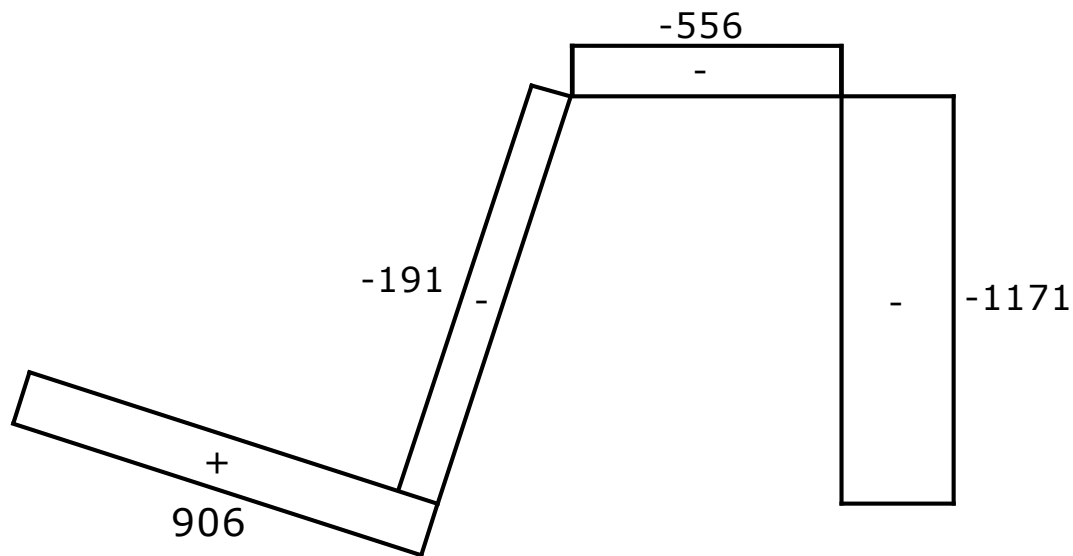
$$M = 120 \text{ kNm}$$

$$q = 1080 \text{ kN/m}$$

$$q_0 = 800 \text{ kN/m}$$

$$q_1 = 1300 \text{ kN/m}$$

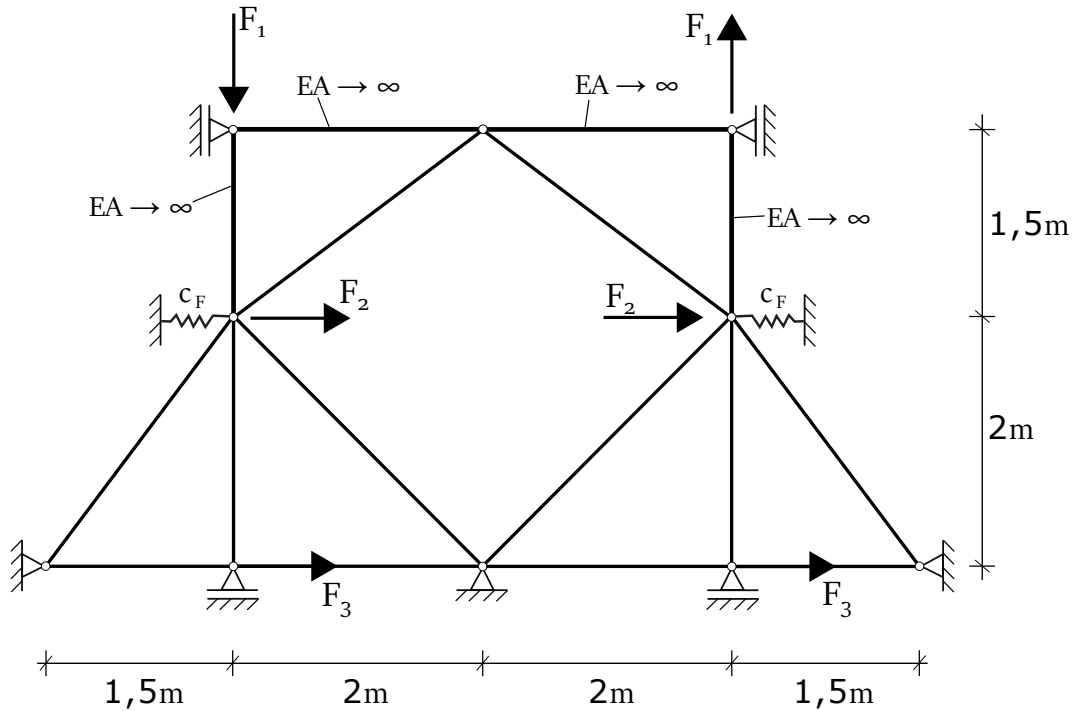
- a) (1 P.) Skizzieren Sie die Verformungsfigur für die gegebene Belastung!
- b) (3 P.) Zeichnen Sie die unbekanntenen Knotenfreiheitsgrade ein!
- c) (21 P.) Berechnen Sie die zu den unbekanntenen Knotenfreiheitsgraden korrespondierende reduzierte Gesamtsteifigkeitsmatrix des Systems \mathbf{K}_{red} .
- d) (5 P.) Bestimmen Sie den reduzierten Systemlastvektor \mathbf{r}_{red} .
- e) (7 P.) Berechnen Sie die unbekanntenen Knotenfreiheitsgrade des Tragwerks und vergleichen Sie die berechneten Ergebnisse mit Ihrer erwarteten Verformungsfigur.



Normalkräfte nach Theorie I. Ordnung [kN]

Aufgabe 7 (29 Punkte)

Das dargestellte symmetrische Fachwerkssystem ist mit den Einzelkräften F_1, F_2 und F_3 belastet. Alle Materialparameter und Geometriedaten sind der Systemskizze zu entnehmen. Alle Berechnungen sind mit Hilfe der **Finite Elemente Methode** auf Basis linearer Ansatzfunktionen durchzuführen. Verwenden Sie bei der Berechnung die mit diesen Ansätzen erhaltenen Steifigkeitsmatrizen.



Material- und Querschnittswerte:

$$EA = 105000 \text{ kN}$$

$$c_F = 500 \text{ kN/m}$$

Belastung:

$$F_1 = 1550 \text{ kN}$$

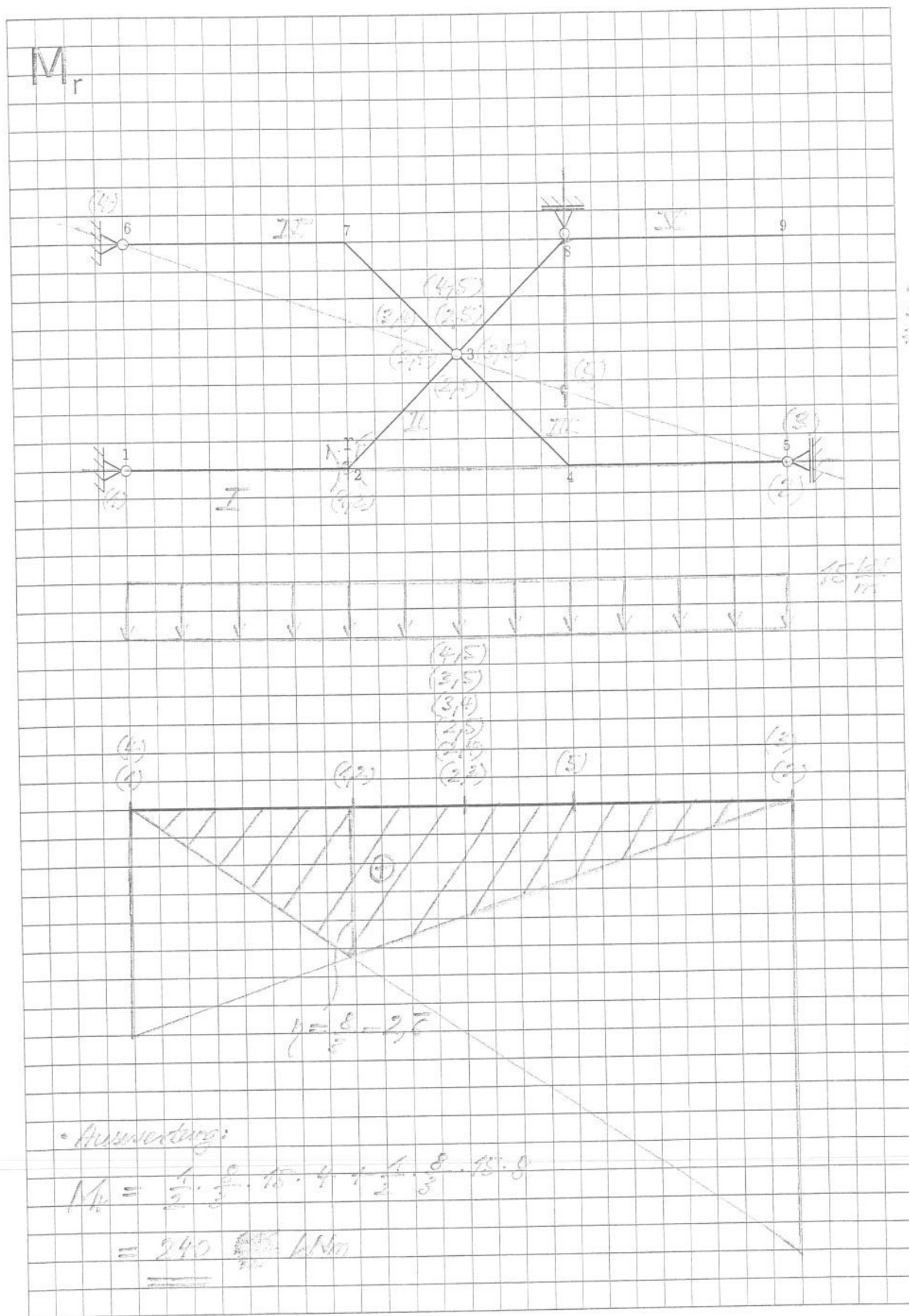
$$F_2 = 1200 \text{ kN}$$

$$F_3 = 900 \text{ kN}$$

- (1 P.) Skizzieren Sie die Verformungsfigur für das **gesamte System**.
- (4 P.) Wieviel unabhängige Freiheitsgrade hat das System unter Berücksichtigung der Symmetrie?
- (18,5 P.) Bestimmen Sie die zu den unbekanntem Knotenfreiheitsgraden korrespondierende reduzierte Gesamtsteifigkeitsmatrix \mathbf{K}_{red} des Systems.
- (1,5 P.) Bestimmen Sie den reduzierten Systemknotenlastvektor \mathbf{r}_{red} .
- (4 P.) Berechnen Sie die Verformungen \mathbf{u} des Systems und vergleichen Sie die berechneten Ergebnisse mit Ihrer erwarteten Verformungsfigur.

Aufgabe 2 (30 Punkte)

Lösung auf folgenden Seiten



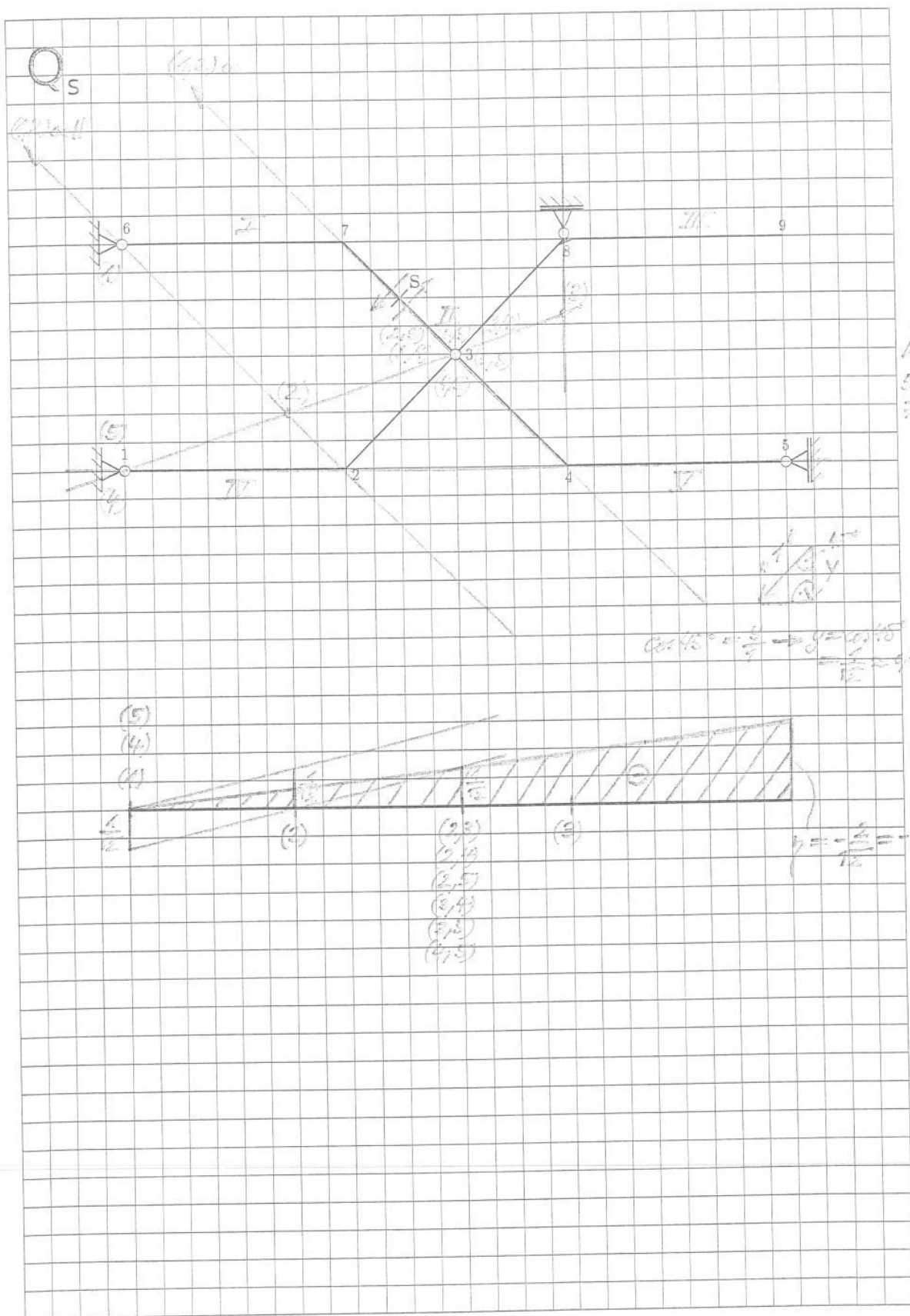
⑤
POLLER
 Konstruktion 11
 5 Hauptpole 20
 7 Nebenpole 10

①

EL-M_r
 [m]

⑤
EINFLUSSLINIE
 Ansatz: 20
 EL 20
 Genauigkeit 10

①



5

POLPLAN
 Knotenstellen 4
 5 Hauptpole 2
 7 Nebenpole 3



$\cos \alpha = \frac{1}{2} \rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$

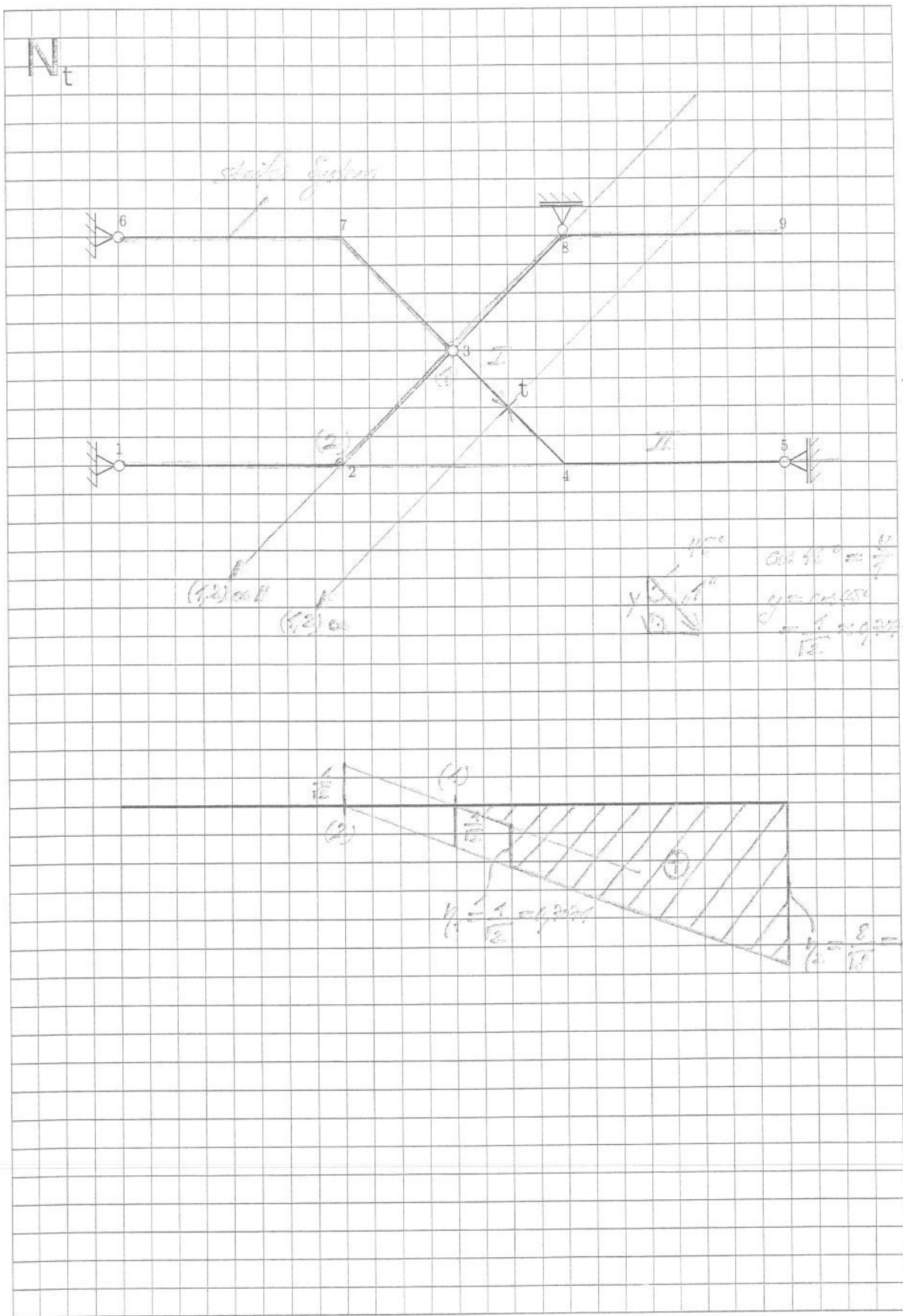


EL-Q_S
 [-]

$\eta = -\frac{1}{2} = -0,5$

4

EINFLUSS
 Ansatz 3
 EL 1,5P
 Geraden 4



②

EINFLUSS
Kombination
2 Hauptlasten
1 Nebenlast



EL-N₄

[-]

②

EINFLUSS
Anzahl der
EL 10
Gesamtheit der

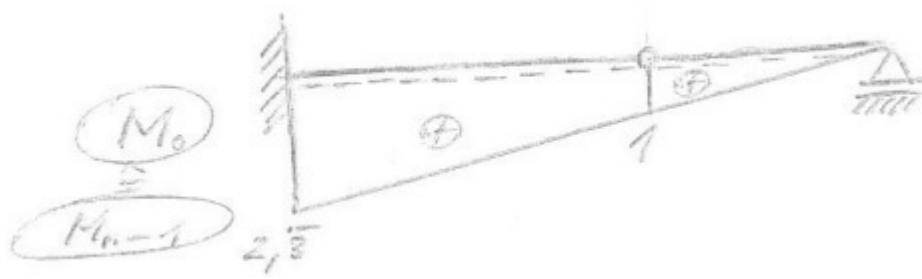
Aufgabe 3 (15 Punkte)

b) Nur für belasteten Stab nötig:

$$w_1(x) = 8 \cdot 10^{-5}(x/4 - x^2/16) + 3,56 \cdot 10^{-5}((1 - x/4) - (1 - x/4)^3) - 1,51 \cdot 10^{-4}x/4$$

$$w_2(x) = 1,5 \cdot 10^{-5}((1 - x/3) - (1 - x/3)^3) - 1,51 \cdot 10^{-4}(1 - x/3)$$

$$f = -7871,7201$$



c) $F = -8,407 \text{ kN}$

Aufgabe 4

(30 Punkte)

b) $\varphi = 0,876 * 10^{-3}$

$w = 5,76mm$

$M_i^1 = 0$

$M_k^1 = 50,6$

$M_k^2 = 2,91$

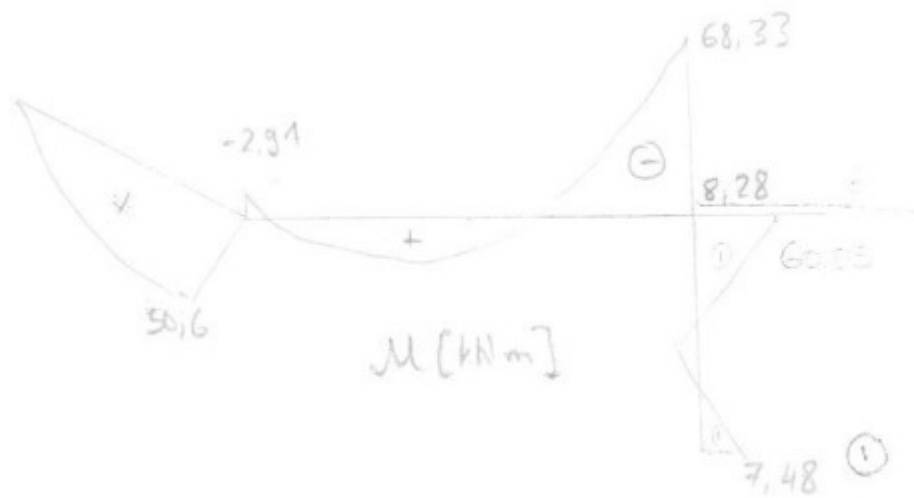
$M_i^2 = -68,33$

$M_i^3 = 60,05$

$M_k^3 = -7,48$

$M_i^4 = 8,28$

$M_k^4 = 0$



Aufgabe 5 (9 Punkte)

a)

$$\delta W = \delta W_{\text{int}} - \delta W_{\text{ext}} = 0$$

$$\delta W_{\text{int}} = \int_0^L EI w'' \delta w'' dx - \lambda P_0 \int_0^L w' \delta w' dx + c_{PS} w(3) \delta w(3)$$

$$\text{mit: } c_{PS} = \frac{EA}{L_{PS}} = 9000 \frac{kN}{m}$$

$$\delta W_{\text{ext}} = - \int_0^L m_g \delta w dx$$

b)

$$\begin{aligned} h_1 &= \frac{x^2}{L} & h'_1 &= 2 \frac{x}{L} & h''_1 &= \frac{2}{L} \\ h_2 &= \frac{x^3}{L^2} & h'_2 &= 3 \frac{x^2}{L^2} & h''_2 &= 6 \frac{x}{L^2} \end{aligned}$$

geometrische Randbedingungen überprüfen:

$$\begin{aligned} w(x=0) = 0 & \rightarrow h_1(0) = 0 \checkmark & h_2(0) = 0 \checkmark \\ w'(x=0) = 0 & \rightarrow h'_1(0) = 0 \checkmark & h'_2(0) = 0 \checkmark \end{aligned}$$

c) materielle Steifigkeitsmatrix

$$K_{m22} = 30000$$

Wegfedersteifigkeitsmatrix

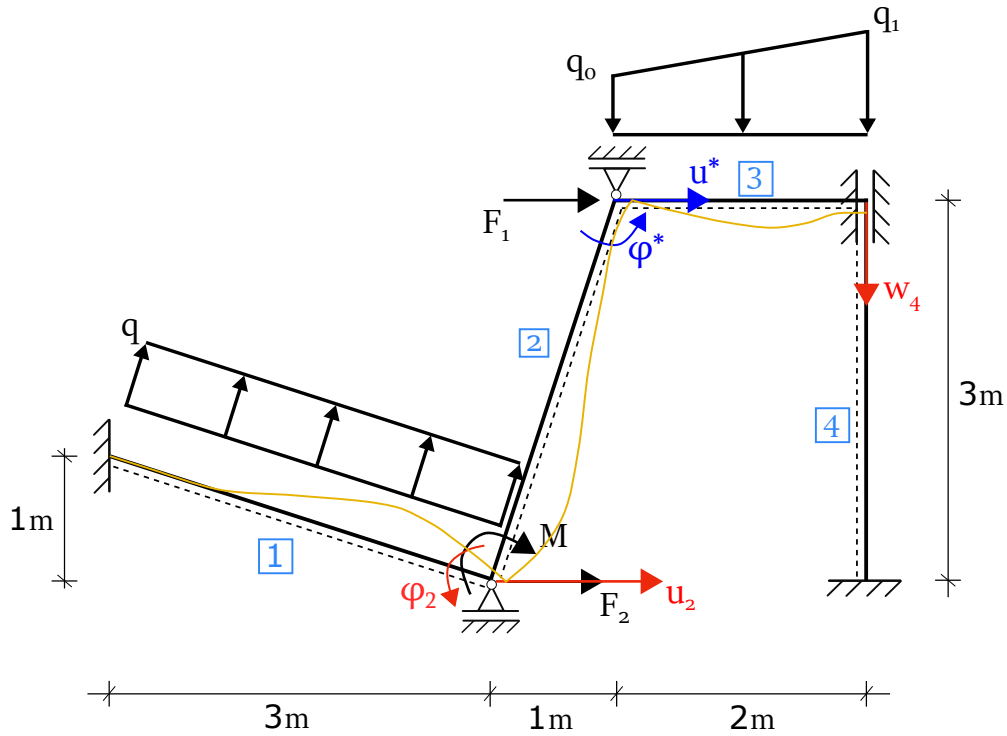
$$K_{c_{PS}21} = 81000$$

geometrische Steifigkeitsmatrix

$$G_{11} = 4800$$

Aufgabe 6 (37 Punkte)

a) +b) Verformungsfigur und Knotenfreiheitsgrade



c)

$$k_{\text{red}}^1 = \begin{bmatrix} 284857,56 & -1138,62 \\ -1138,62 & 7590,13 \end{bmatrix}$$

$$k_{\text{red}}^2 = \begin{bmatrix} 33610,15 & -3397,64 & -33610,15 & -3397,64 \\ -3397,64 & 7508,54 & 3397,64 & 3815,94 \\ -33610,15 & 3397,64 & 33610,15 & 3397,64 \\ -3397,64 & 3815,94 & 3397,64 & 7508,54 \end{bmatrix}$$

$$k_{\text{red}}^3 = \begin{bmatrix} 500000 & 0 & 0 \\ 0 & 11850 & 8944,50 \\ 0 & 8944,50 & 8666,34 \end{bmatrix}$$

$$k_{\text{red}}^4 = [333333, 33]$$

Assemblieren:

$$\mathbf{K}_{\text{red}} = \begin{bmatrix} 318467,71 & -4536,26 & 0 & -33610,15 & -3397,64 \\ -4536,26 & 15098,67 & 0 & 3397,64 & 3815,94 \\ 0 & 0 & 341999,67 & 0 & 8944,50 \\ -33610,15 & 3397,64 & 0 & 533610,15 & 3397,64 \\ -3397,64 & 3815,94 & 8944,50 & 3397,64 & 19358,54 \end{bmatrix}$$

d) Knotenlastvektor

$$r_n = \begin{bmatrix} 700 \\ -120 \\ 0 \\ 250 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Elementlastvektoren

$$r_p^1 = \begin{bmatrix} 539,95 \\ -899,84 \end{bmatrix}$$

$$r_p^3 = \begin{bmatrix} 0 \\ -340,09 \\ 1149,96 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \mathbf{r}_{\text{red}} = \begin{bmatrix} 1239,95 \\ -1019,84 \\ 1149,96 \\ 250 \\ -340,09 \end{bmatrix}$$

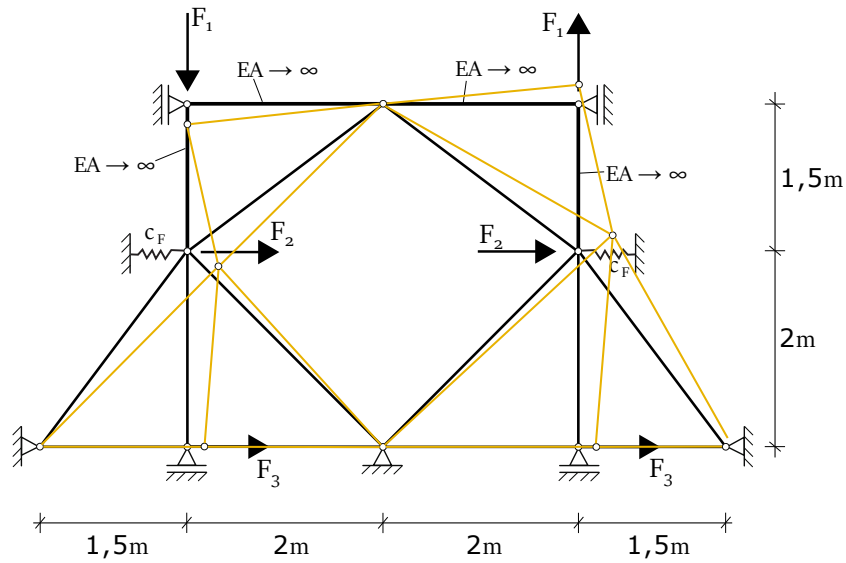
e)

$$\begin{bmatrix} u_2 \\ \varphi_2 \\ w_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 318467,71 & -4536,26 & 0 \\ -4536,26 & 15098,67 & 0 \\ 0 & 0 & 341999,67 \end{bmatrix}^{(-1)} \begin{bmatrix} 1256,77 \\ -1000,57 \\ 1203,98 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3,015 \cdot 10^{-3} \\ -0,0654 \\ 3,5204 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{m} \\ \text{rad} \\ \text{m} \end{bmatrix}$$

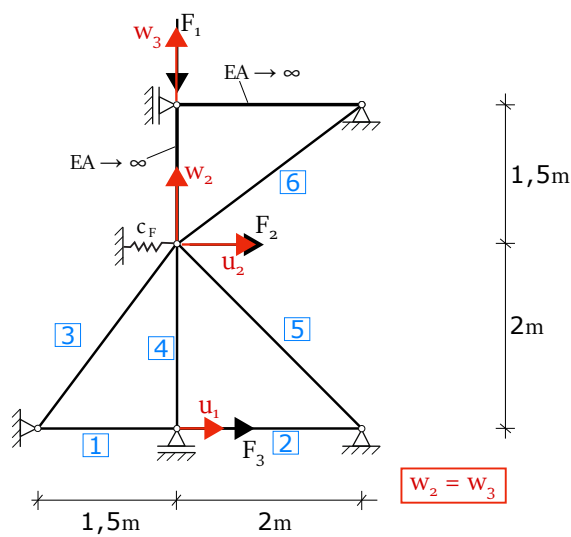
Die berechneten Werten stimmt mit der Verformungsfigur überein.

Aufgabe 7 (29 Punkte)

a) Verformungsfigur



b) 3 unabhängige FG



c)

$$k_{\text{red}}^1 = [70000]$$

$$k_{\text{red}}^2 = [52500]$$

$$k_{\text{red}}^3 = \begin{bmatrix} 15120,07 & 20160,02 \\ 20160,02 & 26879,93 \end{bmatrix}$$

$$k_{\text{red}}^4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 52500 \end{bmatrix}$$

$$k_{\text{red}}^5 = \begin{bmatrix} 18564,36 & -18564,36 \\ -18564,36 & 18564,36 \end{bmatrix}$$

$$k_{\text{red}}^6 = \begin{bmatrix} 26879,93 & 20160,02 \\ 20160,02 & 15120,07 \end{bmatrix}$$

Assemblieren:

$$\mathbf{K}_{\text{red}} = \begin{bmatrix} 122500 & 0 & 0 \\ 0 & 61064,36 & 21755,68 \\ 0 & 21755,68 & 113064,36 \end{bmatrix}$$

$$\text{d) } \mathbf{r}_{\text{red}} = \begin{bmatrix} 900 \\ 1200 \\ -1550 \end{bmatrix}$$

e)

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ w_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7,3469 \cdot 10^{-3} \\ 0,02634 \\ -0,01878 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{m} \\ \text{m} \\ \text{m} \end{bmatrix}$$

Die berechneten Werten stimmt mit der Verformungsfigur überein.