Bachelorprüfung Herbst 2015

Modul 18 (BI)

Baustatik II und III (PO 2013)

Klausur am 28.08.2015

Name: ________________ Vorname: ________________ Matrikelnummer: ________________
(bitte deutlich schreiben) (9stellig!)

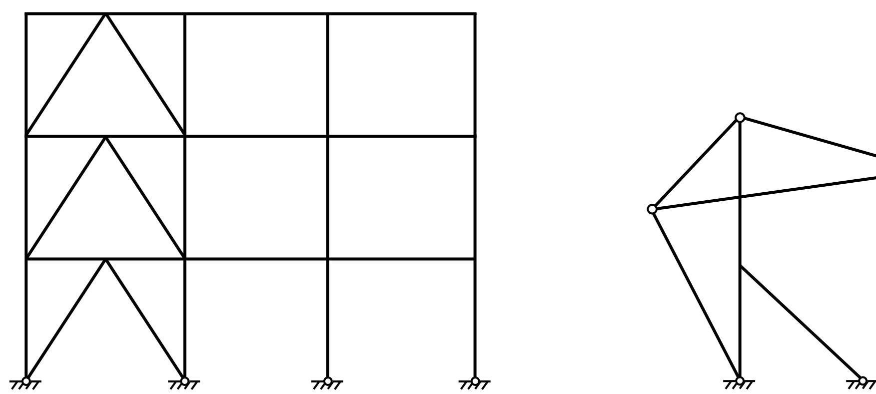
Aufgabe	1	~~2~~	~~3~~	~~4~~	~~5~~	~~6~~	~~7~~	Summe
mögliche Punkte	30	~~25~~	~~20~~	~~30~~	~~27~~	~~30~~	~~18~~	180
erreichte Punkte								

Wichtige Hinweise

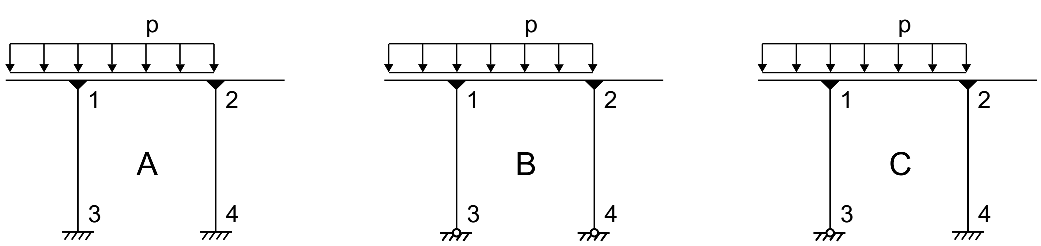
- Dauer der Klausur: 180 Minuten, davon 30 Minuten für Aufgaben ohne Hilfsmittel (Typ I), 150 Minuten für Aufgaben mit Hilfsmittel (Typ II).
- Prüfen Sie, ob alle Aufgabenblätter vorhanden sind.
- Schreiben Sie auf das Deckblatt Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer.
- Geben Sie bei den Aufgaben, die ohne Hilfsmittel zu bearbeiten sind, Ihre Lösungen auf den Aufgabenblättern an. Bei Bedarf können Sie weiteres farbiges Schreibpapier anfordern. Verwenden Sie hierfür kein eigenes Papier.
- Die Aufgabenblätter zu den Aufgaben, die mit Hilfsmitteln zu bearbeiten sind, sind zusammen mit den zugehörigen Lösungen abzugeben.
- Keine grünen Stifte verwenden.
- Die Lösungen sollen alle Nebenrechnungen und Zwischenergebnisse enthalten.
- Taschenrechner sind nur bei der Lösung der Aufgaben mit Hilfsmittel (Typ II) erlaubt. Programmierbare Rechner nur ohne Programmteil benutzen.
- Die Benutzung von anderen elektronischen Geräten (z.B. Laptops, Mobiltelefone, Tablets, etc.) ist nicht zulässig. Diese Geräte sind während der Klausur abzuschalten und so wegzulegen, dass ein unmittelbarer Zugriff, (z.B. aus Taschen in der Kleidung) nicht möglich ist und sind in Taschen zu verwahren (z.B. Aktentasche, Rucksack, o.ä.). Falls diese Regel nicht eingehalten wird, gilt dies als Täuschungsversuch.
- Das Verlassen des Klausurraumes zwischen Aufgaben Typ I und Typ II der Klausur ist nicht gestattet. Gleiches gilt für das Verlassen des Raumes vor Ablauf der Bearbeitungszeit.
- Toilettenbesuche sind nur einzeln unter Hinterlegung des Studentenausweises bei den Aufsichtspersonen gestattet.

Aufgabe 1 (30 Punkte)

a) (4 P.) Die abgebildeten Biegesysteme sollen mit dem Weggrößenverfahren berechnet werden. Bestimmen Sie jeweils die Anzahl der geometrischen Freiheitsgrade (n_g). $EA \neq \infty$, $EI \neq \infty$.



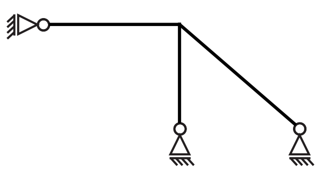
b) (3 P.) Ordnen Sie die drei unten dargestellten Systeme A, B und C bezüglich der Verdrehung am Knoten 2. Beginnen Sie mit dem System, bei dem die Verdrehung am Knoten 2 am kleinsten ist.



c) (4 P.) Konstruieren Sie den vollständigen Polplan mit **allen** Haupt- und Nebenpolen für die Einflusslinie der Querkraft Q_r an der Stelle r. Tragen Sie an der kinematischen Kette die Verdrehungen φ_i der Scheiben i an.
Hinweis: Die Einflusslinie soll nicht angegeben werden!

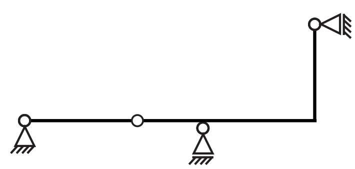
Polplan für die Querkraft Q_r:

d) (4 P.) Sind die folgenden Systeme kinematisch?



○ ja

○ nein



○ ja

○ nein

Stabilität, Theorie II.Ordnung, Ritz-Verfahren

e) (1,5 P.) Erläutern Sie den Begriff Stabilitätsversagen von Stabtragwerken. Warum muss die Stabilität von druckbelasteten Tragwerken nachgewiesen werden?

f) (1 P.) Welche Maßnahmen können ergriffen werden, um die Stabilität von druckbeanspruchten Stäben zu erhöhen ?

g) (2 P.) Nennen Sie die unterschiedlichen Theorien zur Berechnung von Stabtragwerken und erläutern Sie die wesentlichen Unterschiede sowie Merkmale.

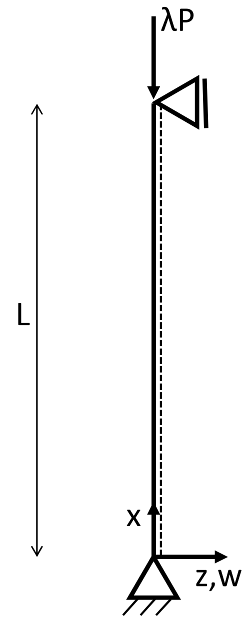
h) (1,5 P.) Wie lautet die Differentialgleichung 4. Ordnung für die Stabtheorie nach Theorie II Ordnung? Markieren Sie den Term, der bei der Theorie I Ordnung vernachlässigt wird.

i) (1 P.) Nennen Sie zwei numerische Lösungsverfahren, mit denen die Differentialgleichung 4. Ordnung gelöst werden kann!

j) (1 P.) Aus welchen Größen setzt sich die Stabkennzahl ε zusammen?

k) (0.5 P.) Welche Kriterien müssen bei der Wahl von Ansatzfunktionen beim Ritz-Verfahren beachtet werden ?

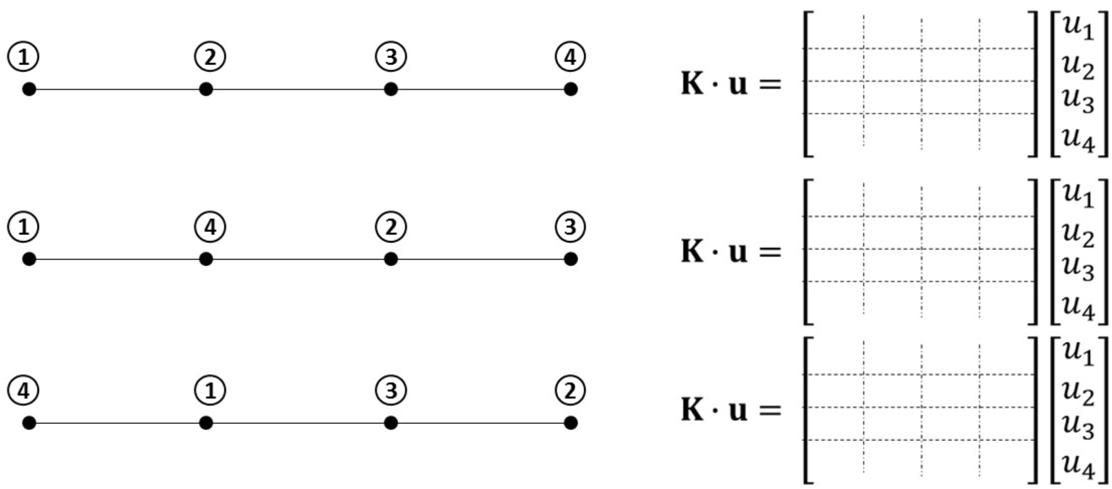
l) (2,5 P.) Zeichnen Sie die 1.Eigenform für die gegebene Struktur!
Wo müsste eine Wegfeder am besten angebracht werden, um die Knickgefahr am effektivsten zu verringern? Zeichen Sie die Feder in das System ein!



Finite Elemente Methode

m) (1 P.) Was bedeutet der Begriff „Diskretisierung“?

n) (3 P.) Gegeben seien drei 1D-Diskretisierungen eines Stabes, die sich hinsichtlich der Knotennummerierung unterscheiden.
Geben Sie für die drei Diskretisierungen die Belegung der Steifigkeitsmatrix an. Achten Sie auf die Knotennummerierung der jeweiligen Systeme. Einträge ungleich Null sollen mit einem X gekennzeichnet werden.



Bachelorprüfung Herbst 2015

Modul 18 (BI)

Baustatik II und III (PO 2013)

Klausur am 28.08.2015

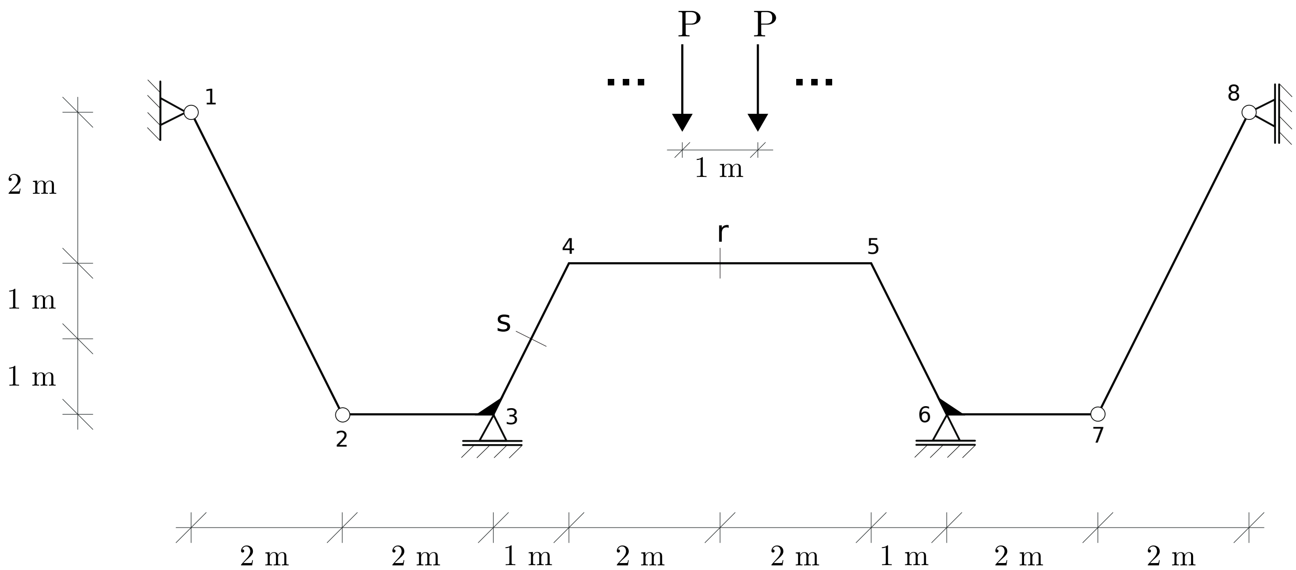
Name: ________________ Vorname: ________________ Matrikelnummer: ________________
(bitte deutlich schreiben) (9stellig!)

Aufgabe	~~1~~	2	3	4	5	6	7	Summe
mögliche Punkte	~~30~~	25	20	30	27	30	18	180
erreichte Punkte								

Wichtige Hinweise

- Dauer der Klausur: 180 Minuten, davon 30 Minuten für Aufgaben ohne Hilfsmittel (Typ I), 150 Minuten für Aufgaben mit Hilfsmittel (Typ II).
- Prüfen Sie, ob alle Aufgabenblätter vorhanden sind.
- Schreiben Sie auf das Deckblatt Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer.
- Geben Sie bei den Aufgaben, die ohne Hilfsmittel zu bearbeiten sind, Ihre Lösungen auf den Aufgabenblättern an. Bei Bedarf können Sie weiteres farbiges Schreibpapier anfordern. Verwenden Sie hierfür kein eigenes Papier.
- Die Aufgabenblätter zu den Aufgaben, die mit Hilfsmitteln zu bearbeiten sind, sind zusammen mit den zugehörigen Lösungen abzugeben.
- Keine grünen Stifte verwenden.
- Die Lösungen sollen alle Nebenrechnungen und Zwischenergebnisse enthalten.
- Taschenrechner sind nur bei der Lösung der Aufgaben mit Hilfsmittel (Typ II) erlaubt. Programmierbare Rechner nur ohne Programmteil benutzen.
- Die Benutzung von anderen elektronischen Geräten (z.B. Laptops, Mobiltelefone, Tablets, etc.) ist nicht zulässig. Diese Geräte sind während der Klausur abzuschalten und so wegzulegen, dass ein unmittelbarer Zugriff, (z.B. aus Taschen in der Kleidung) nicht möglich ist und sind in Taschen zu verwahren (z.B. Aktentasche, Rucksack, o.ä.). Falls diese Regel nicht eingehalten wird, gilt dies als Täuschungsversuch.
- Das Verlassen des Klausurraumes zwischen Aufgaben Typ I und Typ II der Klausur ist nicht gestattet. Gleiches gilt für das Verlassen des Raumes vor Ablauf der Bearbeitungszeit.
- Toilettenbesuche sind nur einzeln unter Hinterlegung des Studentenausweises bei den Aufsichtspersonen gestattet.

Aufgabe 2 (25 Punkte)



Bestimmen Sie für das dargestellte System die Einflusslinien für

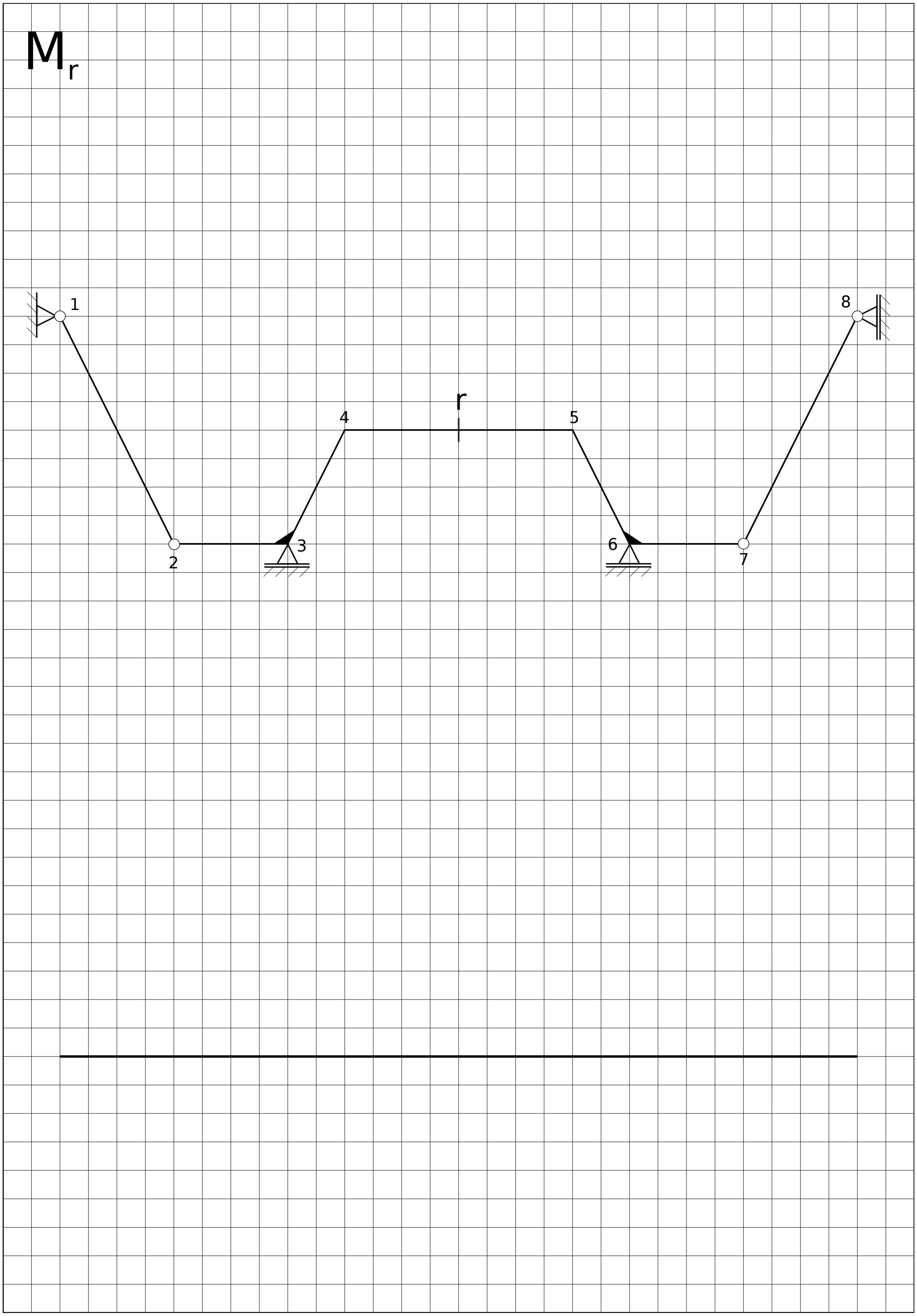
a) (12 P.) das Moment M_r im Punkt r. Bringen Sie auf den Lastgurt beliebig kürzbare konstante Streckenlasten mit einem Wert von 15 kN/m so auf, dass sich das betragsmäßig maximale Moment im Punkt r einstellt und ermitteln Sie dafür den Wert für das Moment M_r.

b) (10 P.) die Normalkraft N_s im Punkt s.

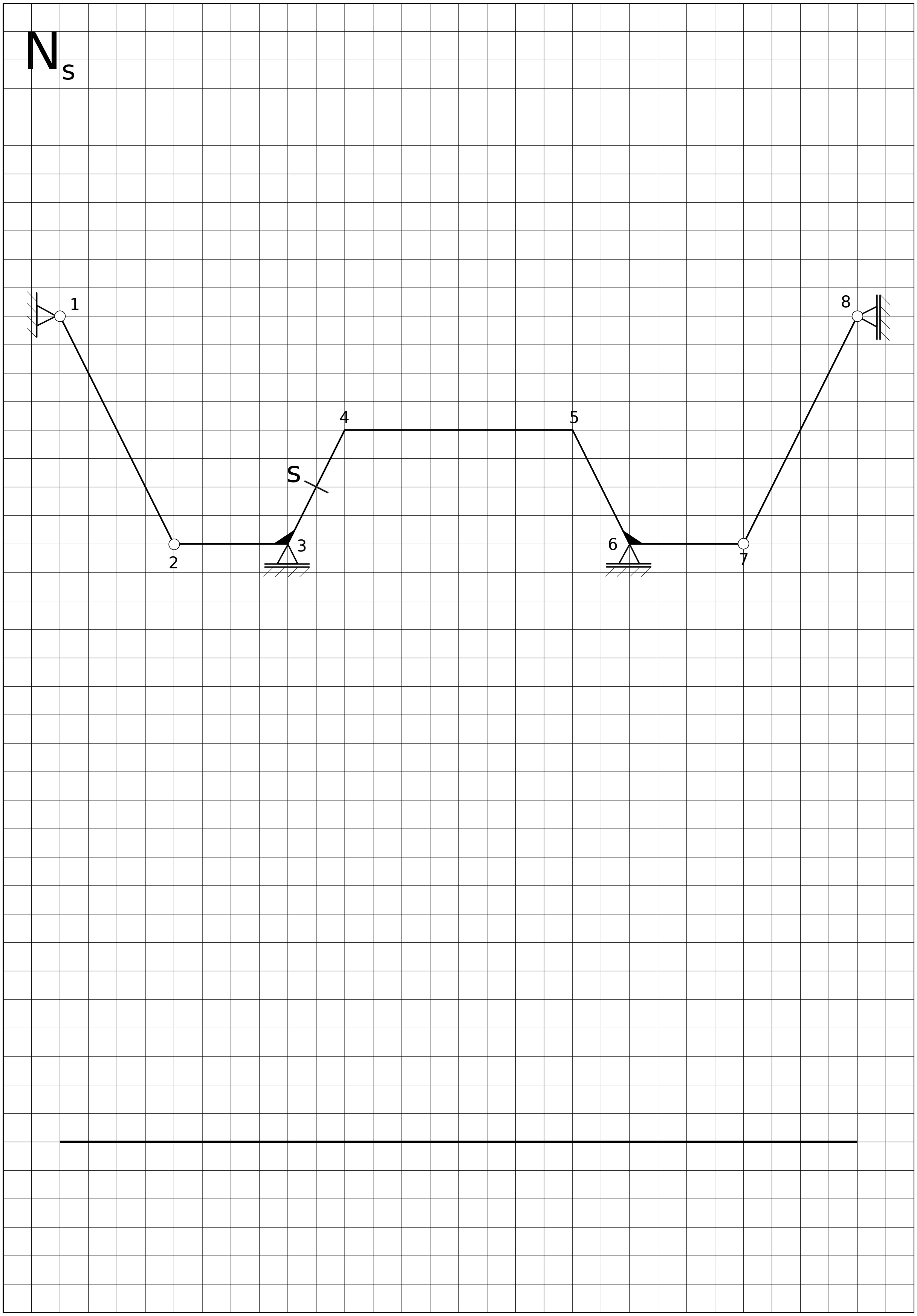
c) (3 P.) die horizontale Auflagerkraft A_H am Knoten 8. Positionieren Sie den in der Abbildung dargestellten Lastenzug (zwei Einzellasten $P = 5$ kN mit einem festen Abstand 1 m) so auf, dass sich die maximale Auflagerkraft einstellt und ermitteln Sie den Wert der Auflagerkraft A_H am Knoten 8.

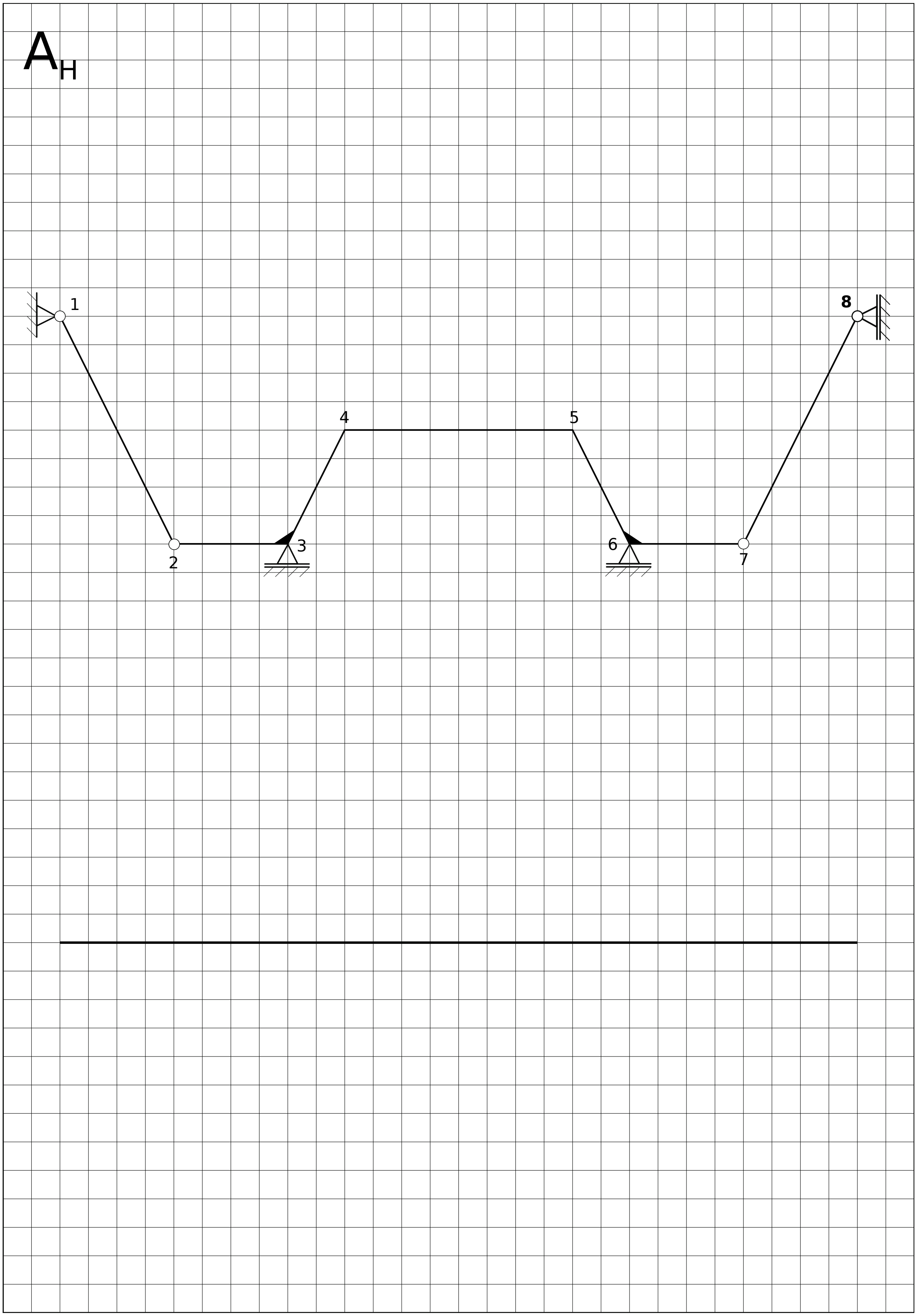
Der Lastgurt des Systems liegt im Bereich zwischen den Knoten 1 und 8.

Verwenden Sie die beigefügten Lösungszettel mit der entsprechenden Kennzeichnung (M_r, N_s und A_H).

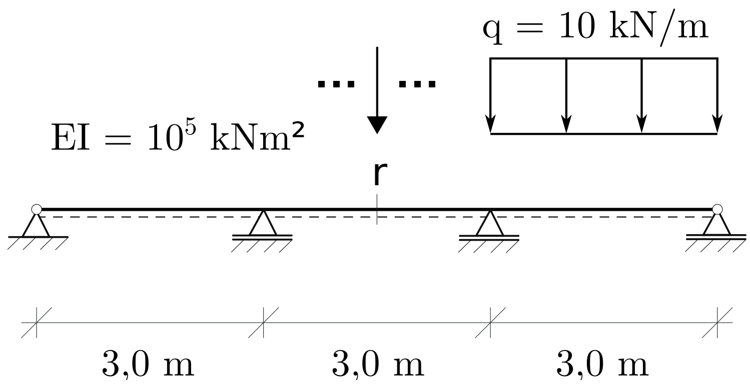


M
r
1
r
4
5
8
2
3
6
7


N_s
1
2
3
4
5
6
7
8
s


A_H
1
2
3
4
5
6
7
8

Aufgabe 3 (20 Punkte)



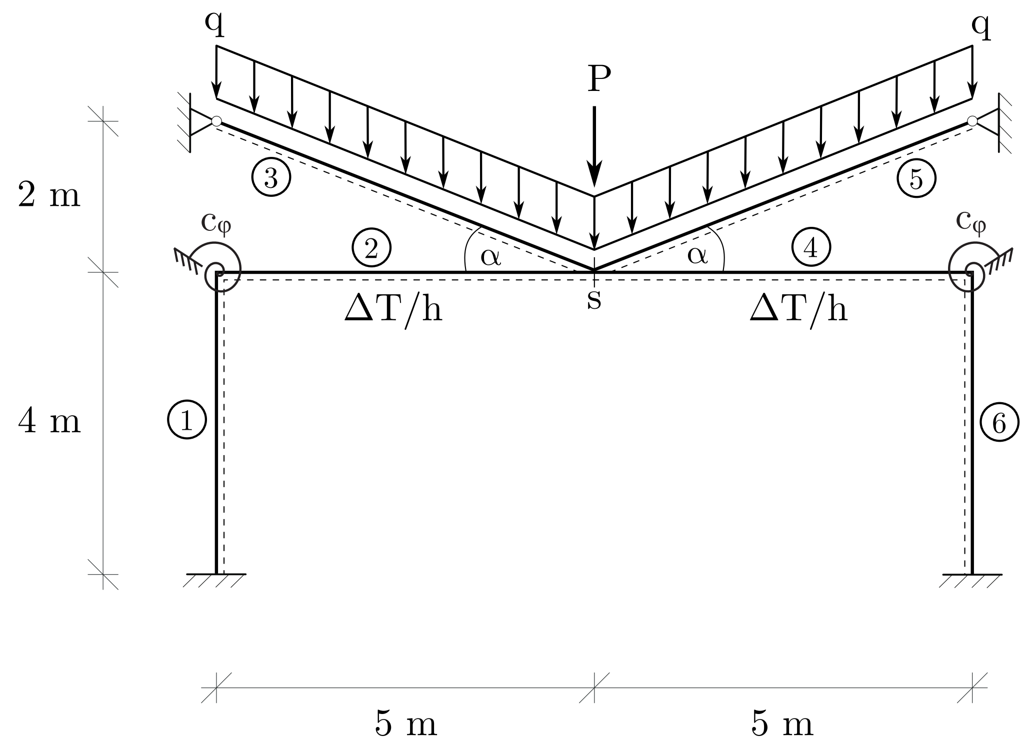
a) (2 P.) Bestimmen Sie den Grad der statischen Unbestimmtheit n des dargestellten Systems.

b) (15 P.) Ermitteln Sie die Einflusslinie des Moments M_r im Punkt r. Verwenden Sie hierfür das $(n-1)$-fach statisch unbestimmte System in Kombination mit dem ω-Verfahren.

c) (3 P.) Werten Sie die Einflusslinie für die gegebene Belastung aus.

Hinweis: Die Berechnung der Einflusslinie ist nur für den belasteten Stab erforderlich.

Aufgabe 4 (30 Punkte)



$EI = 4 \cdot 10^4$ kNm^2

$GA_Q \to \infty$

Stäbe 1, 2, 4, 6: $EA \to \infty$

Stab 3 und 5: $EA = 10^5$ kN

$\alpha_T = 1{,}2 \cdot 10^{-5}$ K^{-1}

$c_\varphi = 5000$ kNm/rad

$P = 100$ kN

$q = 5$ kN/m

$\Delta T/h = 50$ K/m

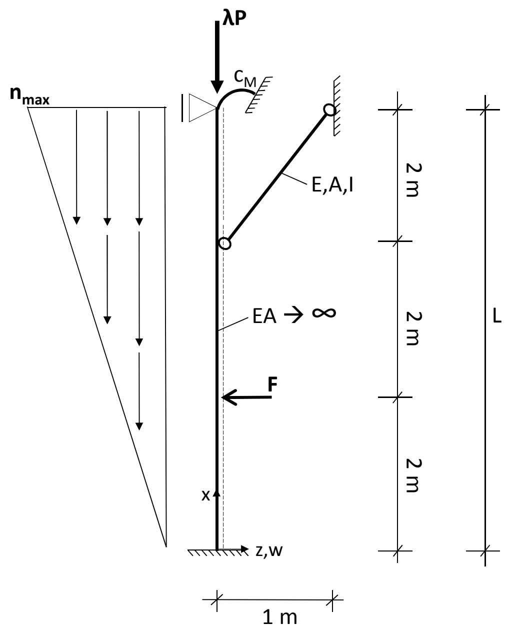
a) (2 P.) Bestimmen Sie den Grad der geometrischen Unbestimmtheit n_g des gezeigten Systems.

b) (25 P.) Ermitteln Sie den zugehörigen Momentenverlauf mit Hilfe des Weggrößenverfahrens und stellen Sie diesen grafisch dar.

c) (3 P.) Bestimmen Sie den Betrag und die Richtung der Kraft P, sodass die vertikale Verschiebung am Knoten s bei gegebener Belastung genau 0 beträgt.

Aufgabe 5 (27 Punkte)

Das dargestellte statische System ist unter Berücksichtigung der dargestellten Lasteinleitung nach dem <u>**Verfahren von Ritz**</u> und unter Verwendung des Prinzips der virtuellen Verschiebungen zu bearbeiten. Verwenden Sie den angegebenen zweigliedrigen Ansatz. Alle Geometrieparameter und Materialdaten sind der Systemskizze zu entnehmen.



<u>Belastung:</u>

$P = 1000$ kN
$F = 700$ kN
$n_{max} = 210$ kN/m

<u>Material und Querschnittswerte:</u>

$EA = 1{,}47 \cdot 10^6$ kN
$EI = 2100$ kNm²
$c_M = 120$ kNm/rad

<u>zweigliedriger Ansatz:</u>

$$\mathbf{h} = \begin{bmatrix} \frac{x^2}{L}\left(1 - \frac{1}{L}x\right) \\ \frac{x^3}{L^2}\left(1 - \frac{1}{L}x\right) \end{bmatrix}$$

<u>**Hinweis:**</u> Der Einfluss der Axialdehnung $\varepsilon(x)$ bzw. der virtuellen Axialdehnung $\delta\varepsilon(x)$ ist für den vertikalen Stab zu vernachlässigen!

a) (3 P.) Geben Sie das Prinzip der virtuellen Verschiebungen für das dargestellte System an. Drücken Sie alle Schnittgrößen und Verzerrungen durch $w(x)$ bzw. Ableitungen von $w(x)$ aus.

b) (4 P.) Prüfen Sie den oben angegebenen zweigliedrigen Ansatz auf seine geometrische Zulässigkeit. Geben Sie hierfür die geometrischen Randbedingungen an.

c) (16 P.) Berechnen Sie mit Hilfe des vorgegebenen Verschiebungsansatzes die unbekannten Einträge der materiellen Steifigkeitsmatrix $\mathbf{K}_M$, $\mathbf{K}_{c_F}$ und $\mathbf{K}_{c_M}$ und der geometrischen Steifigkeitsmatrix $\mathbf{G}$. Rechnen Sie mit **kN und m**!

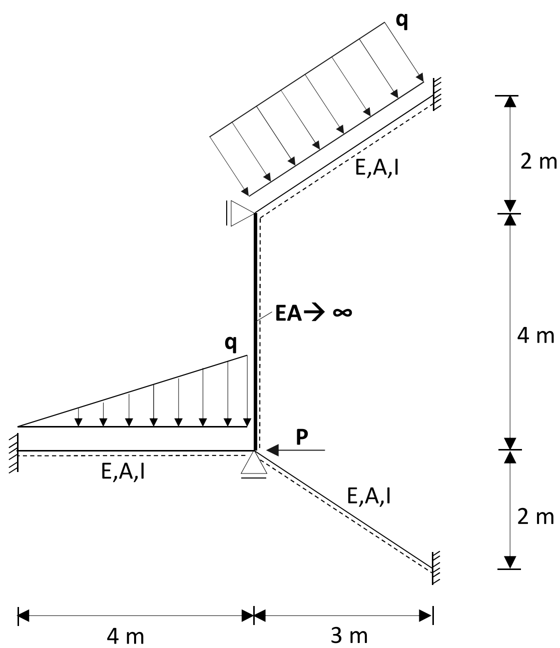
$$\mathbf{K_M} = \begin{pmatrix} 1400 & K_{M12} \\ K_{M21} & K_{M22} \end{pmatrix} \mathbf{K_{c_F}} = \begin{pmatrix} K_{c_{F11}} & 69281,31 \\ K_{c_{F21}} & K_{c_{F22}} \end{pmatrix} \mathbf{K_{c_M}} = \begin{pmatrix} 120 & 120 \\ 120 & K_{c_{M22}} \end{pmatrix} \mathbf{G} = \begin{pmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{pmatrix}$$

d) (2 P.) Bestimmen Sie die 1. kritische Last durch das Lösen des homogenen Gleichungssystems.

e) (2 P.) Bestimmen Sie den zu der 1. kritischen Last gehörigen Eigenvektor und geben Sie die Knickfunktion $w(x)$ an.

Aufgabe 6 (30 Punkte)

Für die dargestellte Rahmenkonstruktion sollen die unbekannten Verformungen mittels Weggrößenverfahren für einen Iterationsschritt nach **Theorie 2. Ordnung** bestimmt werden. Alle Materialparameter und Geometriedaten sind bekannt und können der Systemskizze entnommen werden. Die Normalkräfte nach Theorie I. Ordnung wurden bereits wie auf der folgenden Seite dargestellt berechnet.



Belastung:

P = 1250 kN
q = 2000 kN/m

Material und Querschnittswerte:

EA = $1{,}68 \cdot 10^6$ kN
EI = 3150 kNm²

a) (1 P.) Skizzieren Sie die Verformungsfigur für die gegebene Belastung.

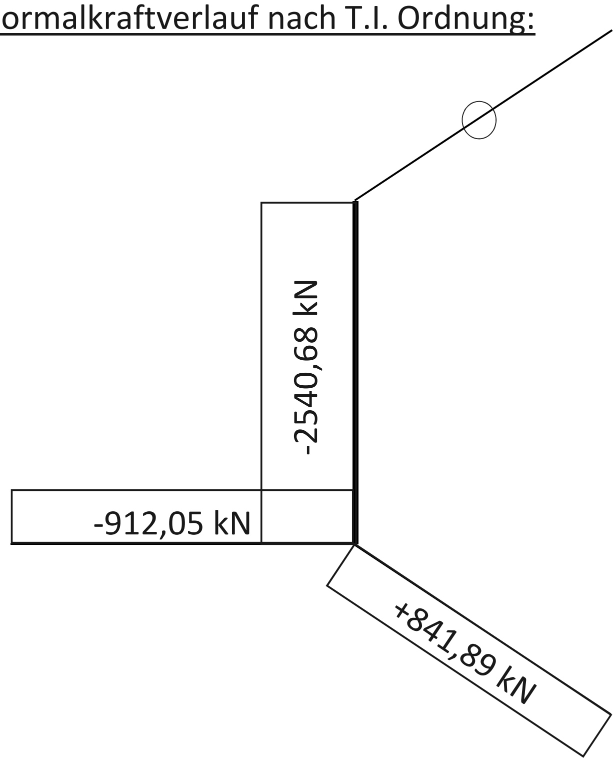
b) (2 P.) Zeichnen Sie die unbekannten Knotenfreiheitsgrade in die Skizze Ihrer Verformungsfigur ein.

c) (19 P.) Berechnen Sie die zu den unbekannten Knotenfreiheitsgraden korrespondierende reduzierte Gesamtsteifigkeitsmatrix des Systems $\mathbf{K}_{red}$.

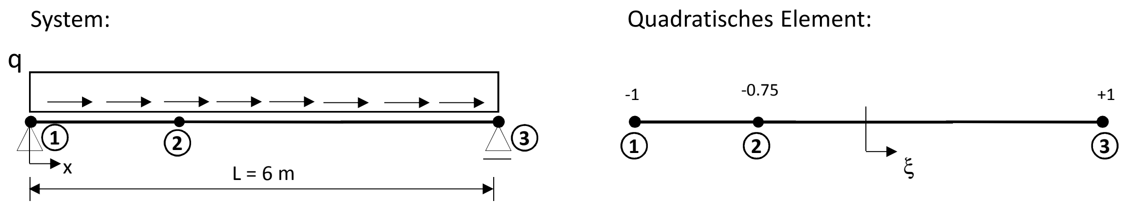
d) (4 P.) Bestimmen Sie den reduzierten Systemlastvektor $\mathbf{f}_{red}$.

e) (4 P.) Berechnen Sie die unbekannten Knotenfreiheitsgrade des Tragwerks und vergleichen Sie die berechneten Ergebnisse mit Ihrer erwarteten Verformungsfigur.

Normalkraftverlauf nach T.I. Ordnung:



Aufgabe 7 (18 Punkte)



a) (3,5 P.) Geben Sie das Prinzip der virtuellen Arbeit für ein durch eine konstante Streckennormalkraft belastetes Fachwerkelement in physikalischen Koordinaten (X) und natürlichen Koordinaten (ξ) an. Stellen Sie hierfür allgemein den Zusammenhang zwischen X und ξ dar und geben Sie die Jacobi Determinante an, die für die Transformation von physikalischen in natürliche Koordinaten benötigt wird.

b) (2 P.) Approximieren Sie in der virtuellen Arbeit die wirkliche Verschiebung $u(\xi)$ sowie die virtuelle Verschiebung $\delta u(\xi)$ durch $u(\xi) = \mathbf{N} \cdot \mathbf{u^e}$ bzw. $\delta u(\xi) = \mathbf{N} \cdot \delta \mathbf{u^e}$ und geben Sie in **symbolischer** Form den Ausdruck für die Elementensteifigkeitsmatrix $\mathbf{k^e}$ an.

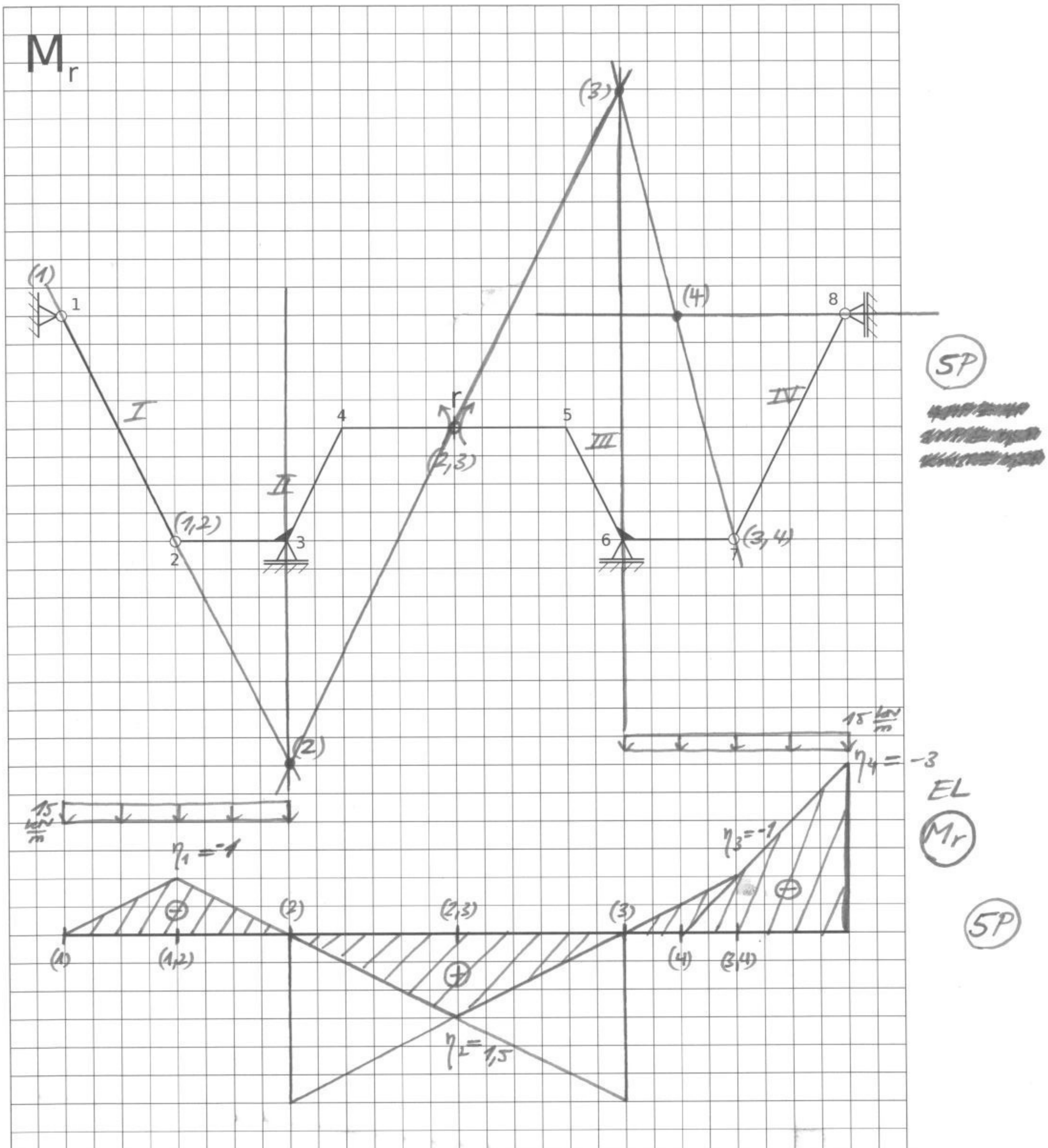
c) (8,5 P.) Geben Sie den Ausdruck für den B-Operator des oben dargestellten (nicht standard-)quadratischen Elements an. Ermitteln Sie hierfür ALLE Ansatzfunktionen.

d) (4 P.) Bestimmen Sie unter Beachtung der Auflagerbedingungen die notwendigen Einträge des Systemlastvektors in Abhängigkeit von q. Verwenden Sie hierfür die in (c) hergeleiteten Ansatzfunktionen.

Aufgabe 2 (25 Punkte)

Lösung auf folgenden Seiten

Lösung



5P

EL M_r

5P

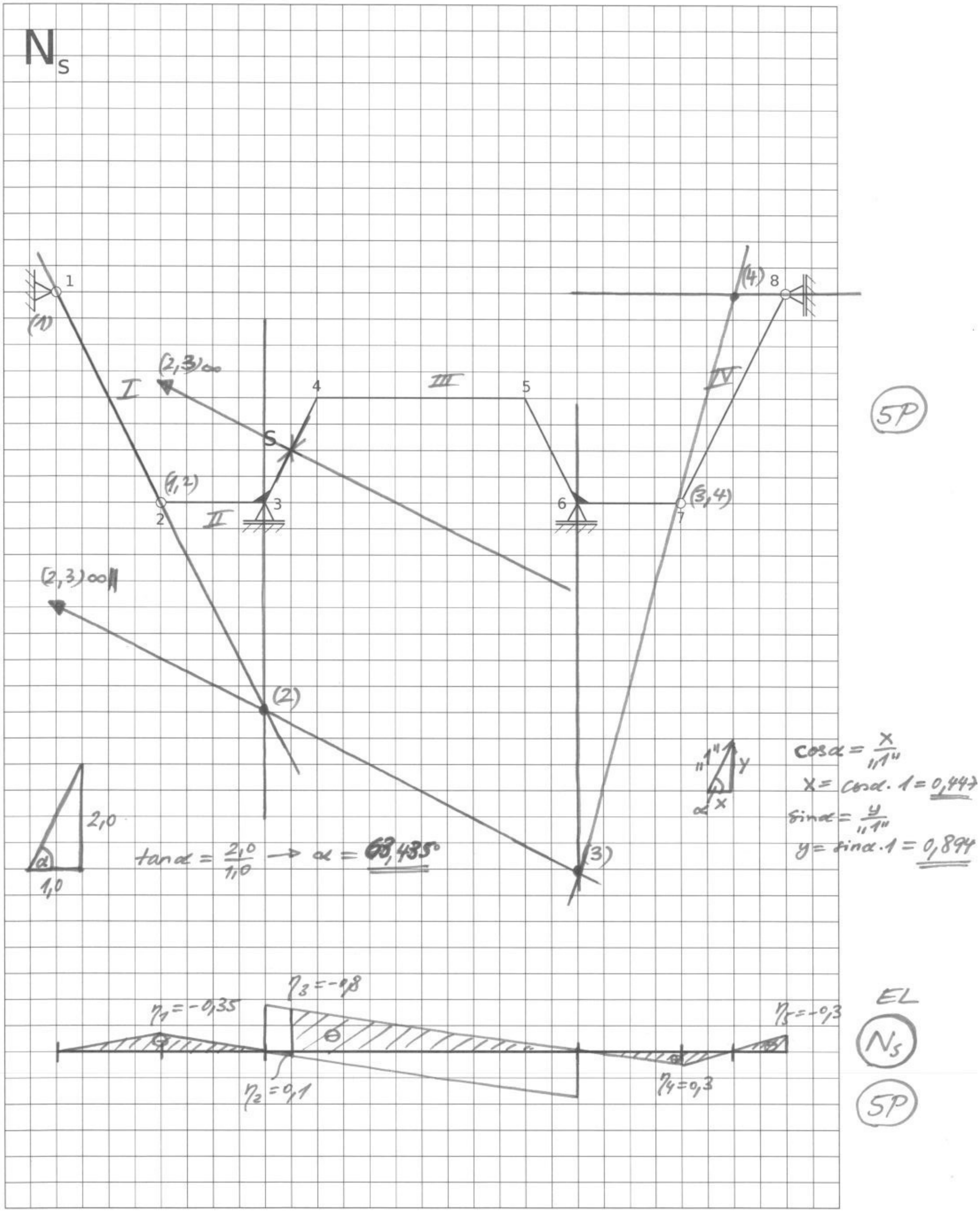
$$M_r = \frac{1}{2}\cdot(-1)\cdot 15\cdot 4{,}0 + \frac{1}{2}\cdot(-1)\cdot 15\cdot 2{,}0 + \frac{1}{2}\cdot 15\cdot((-1)+(-3))\cdot 2{,}0$$

$$= \underline{\underline{-105\ kNm}}$$

2P

/ Σ 12P

Lösung



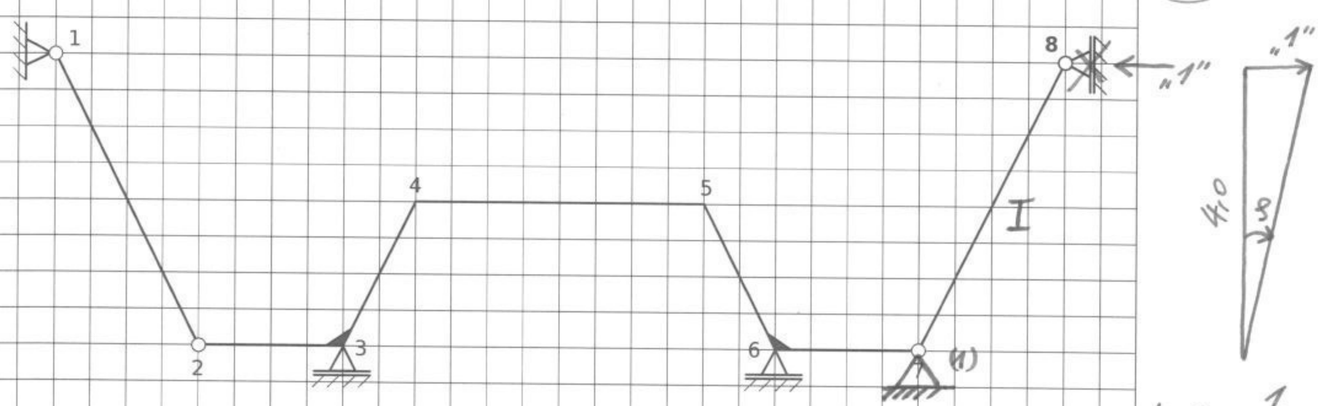
N_S
1
2
3
4
5
6
7
8
(1)
(2)
(3)
(4)
(1,2)
(3,4)
(2,3)∞
(2,3)∞
I
II
III
IV
S
2,0
1,0
$\tan\alpha = \frac{2,0}{1,0} \rightarrow \alpha = 63,435°$
$\cos\alpha = \frac{x}{„1"}$
$x = \cos\alpha \cdot 1 = 0,447$
$\sin\alpha = \frac{y}{„1"}$
$y = \sin\alpha \cdot 1 = 0,894$
5P
EL
N_S
5P
$\eta_1 = -0,35$
$\eta_2 = 0,1$
$\eta_3 = -0,8$
$\eta_4 = 0,3$
$\eta_5 = -0,3$

Σ 10P

Lösung

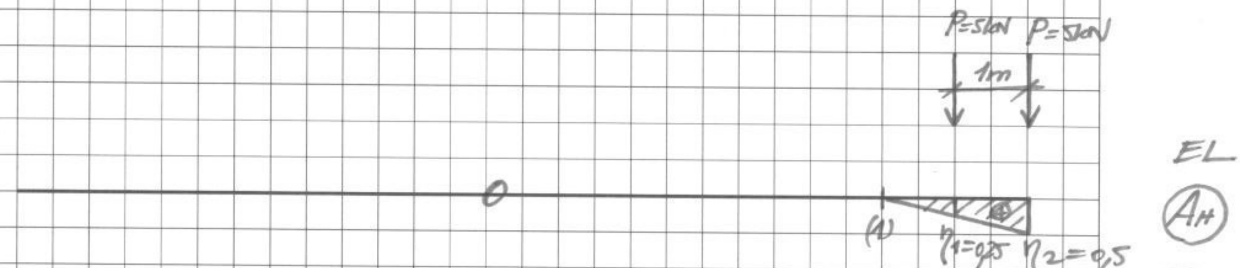
A_H

(1P)



$\tan \vartheta = \frac{1}{4{,}0}$

$\vartheta = \underline{\underline{14{,}036°}}$



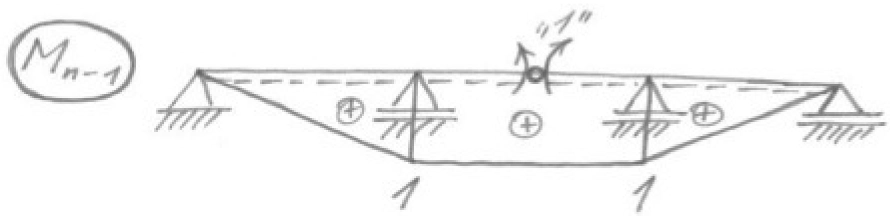
(1P)

$A_H = 5 \cdot 0{,}25 + 5 \cdot 0{,}5 = \underline{\underline{3{,}75\ \text{kN}}}$ (1P)

/Σ 3P

Aufgabe 3 (20 Punkte)

b) Nur für belasteten Stab nötig:
$w(x) = 0,000015 * ((1 - x/3) - (1 - x/3)^3)$
$f = -20000$

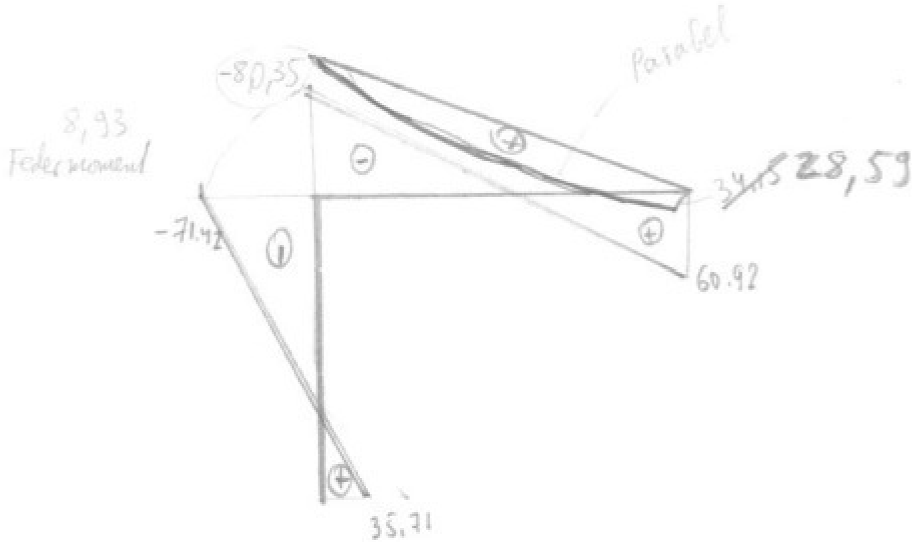


c) $M_r = -2.25\ kNm$

Aufgabe 4 (30 Punkte)

b) $\varphi = 1.7856 * 10^{-3}$
$w = 0.0118m$

$M_i^1 = -35.71$
$M_k^1 = -71.42$
$M_k^2 = 60.92$
$M_i^2 = 80.35$
$M_i^3 = 0$
$M_k^3 = 28.5904$



c) $P^* = -38.67\ kN$

Aufgabe 5 (27 Punkte)

a)

$$\delta W = \delta W_{\text{int}} - \delta W_{\text{ext}} = 0$$
$$\delta W_{\text{int}} = \int_0^L EIw^{II}\delta w^{II}\,\mathrm{d}x - \lambda(P + \int_0^L \frac{x}{L}\mathrm{n}_{\max}\mathrm{d}x)\int_0^L w^I\delta w^I \mathrm{d}x + \mathrm{c}_\mathrm{F} w(4)\delta w(4) + \mathrm{c}_\mathrm{M} w^I(6)\delta w^I(6)$$
$$\delta W_{\text{ext}} = -\mathrm{F}\delta w(2)$$

b)

$$h_1 = \frac{x^2}{L} - \frac{x^3}{L^2} \qquad h_1' = \frac{2x}{L} - \frac{3x^2}{L^2} \qquad h_1'' = \frac{2}{L} - \frac{6x}{L^2}$$
$$h_2 = \frac{x^3}{L^2} - \frac{x^4}{L^3} \qquad h_2' = \frac{3x^2}{L^2} - \frac{4x^3}{L^3} \qquad h_2'' = \frac{6x}{L^2} - \frac{12x^2}{L^3}$$

geometrische Randbedingungen überprüfen:

$$w(x=0) = 0 \quad \rightarrow \quad h_1(0) = 0\checkmark \quad h_2(0) = 0\checkmark$$
$$w'(x=0) = 0 \quad \rightarrow \quad h_1'(0) = 0\checkmark \quad h_2'(0) = 0\checkmark$$
$$w(x=L) = 0 \quad \rightarrow \quad h_1(L) = 0\checkmark \quad h_2(L) = 0\checkmark$$

c) materielle Steifigkeitsmatrix

$$K_{\mathrm{M}12} = K_{\mathrm{M}21} = 1400$$
$$K_{\mathrm{M}22} = 1680$$

Wegfedersteifigkeitsmatrix

$$K_{\mathrm{c_F}11} = 103921,96$$
$$K_{\mathrm{c_F}21} = 69281,31$$
$$K_{\mathrm{c_F}22} = 46187,54$$

Drehfedersteifigkeitsmatrix

$$K_{\mathrm{c_M}22} = 120$$

$$\rightarrow \mathbf{K}_{ges} = \mathbf{K}_\mathrm{M} + \mathbf{K}_{\mathrm{c_F}} + \mathbf{K}_{\mathrm{c_M}} = \begin{bmatrix} 105.441,96 & 70.801,31 \\ 70.801,31 & 47.987,54 \end{bmatrix}$$

geometrische Steifigkeitsmatrix

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 1304 & 978 \\ 978 & 838,29 \end{bmatrix}$$

d) $P_{krit} = 1630 \cdot \lambda_{\text{maßgebend}} = 6422,2$ kN

e) Eigenvektor zur 1. kritischen Last

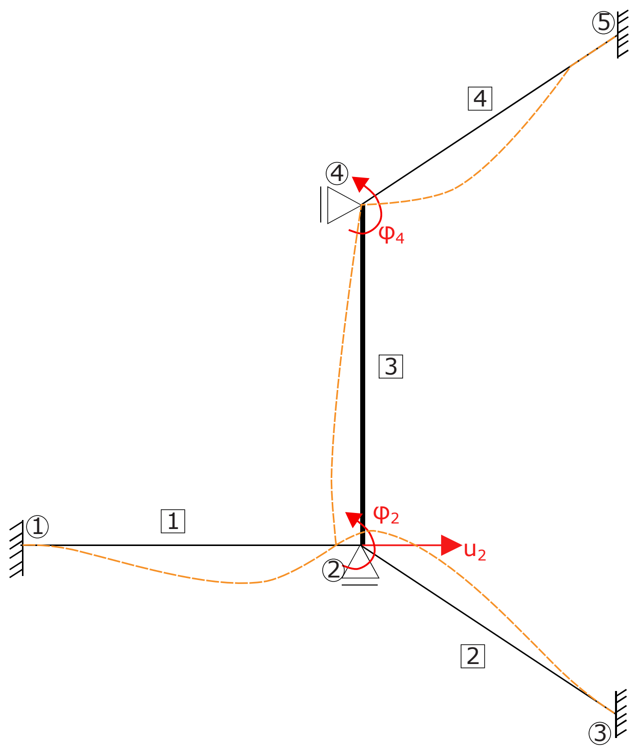
$$a = \begin{bmatrix} 1 \\ -1,50 \end{bmatrix} \cdot C$$

Knickfunktion $w(x)$

$$w(x) = a^T \cdot h(x) = \begin{bmatrix} 1 & -1,50 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{x^2}{L}(1 - \frac{1}{L}x) \\ \frac{x^3}{L^2}(1 - \frac{1}{L}x) \end{bmatrix} = \frac{x^2}{L} - \frac{5}{2}\frac{x^3}{L^2} + \frac{3}{2}\frac{x^4}{L^3}$$

Aufgabe 6 (30Punkte)

a) + b) Verformungsfigur + Knotenfreiheitsgrade



c)

$$k^1{}_{\text{red}} = \begin{bmatrix} 4200 & 0 \\ 0 & 263103,75 \end{bmatrix}$$

$$k^2{}_{\text{red}} = \begin{bmatrix} 3228,28 & 806,45 \\ 806,45 & 349461,12 \end{bmatrix}$$

$$k^3{}_{\text{red}} = \begin{bmatrix} -1,85 & -899,92 & -899,92 \\ -899,92 & 147577,50 & 212388,75 \\ -899,92 & 212388,75 & 147577,50 \end{bmatrix}$$

$$k^4{}_{\text{red}} = \begin{bmatrix} 349461,12 \end{bmatrix}$$

Assemblieren:

$$\mathbf{K}_{red} = \begin{bmatrix} 7426,43 & -93,47 & -899,92 \\ -93,47 & 760142,37 & 212388,75 \\ -899,92 & 212388,75 & 497038,62 \end{bmatrix}$$

d) Knotenlastvektor

$$r_n = \begin{bmatrix} -1250 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Elementlastvektoren

$$r_p^1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 172514,66 \end{bmatrix}$$

$$r_p^4 = \begin{bmatrix} -216666,67 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \mathbf{f}_{red} = \begin{bmatrix} -1250 \\ 172514,66 \\ -216666,67 \end{bmatrix}$$

e)

$$\begin{bmatrix} u_2 \\ \varphi_2 \\ \varphi_4 \end{bmatrix} = \mathbf{K}_{red}^{-1} \cdot \mathbf{f}_{red} = \begin{bmatrix} -0.237 \\ 0.396 \\ -0.606 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{cm} \\ \text{rad} \\ \text{rad} \end{bmatrix}$$

Die Verformungsfigur stimmt mit den berechneten Werten überein.

Aufgabe 7 (18 Punkte)

a)

$$X_1 = \frac{L}{2}\xi_1$$
$$J = \frac{\delta X_1}{\delta \xi_1} = \frac{1}{2}L$$
$$\delta W_{int} = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \delta\varepsilon_{11}\, EA\, \varepsilon_{11}\, \mathrm{d}X_1 = \int_{-1}^{1} \delta\varepsilon_{11}\, EA\, \varepsilon_{11}\, |J|\, \mathrm{d}\xi_1$$
$$\delta W_{ext} = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \delta u\, q(X_1)\, \mathrm{d}X_1 = \int_{-1}^{1} \delta u\, q(X_1)\, |J|\, \mathrm{d}\xi_1$$

b)

$$k^e = \int_{-1}^{1} \frac{2}{L} \sum_{i=1}^{2} \delta u_1^{ei}\, N^i_{;1}(\xi)\, EA\, \frac{2}{L} \sum_{j=1}^{2} \delta u_1^{ej}\, N^j_{;1}(\xi)\, \mathrm{d}\xi$$
$$= \int_{-1}^{1} B^T\, EA\, B\, |J|\, \mathrm{d}\xi$$

c)

$$N^1 = 2(1-\xi)(-0,75-\xi) \qquad N^1_{;1} = 4\xi - 0,5$$
$$N^2 = \frac{16}{7}(1-\xi)(1+\xi) \qquad N^2_{;1} = -\frac{32}{7}\xi$$
$$N^3 = -\frac{2}{7}(1+\xi)(-0,75-\xi) \qquad N^3_{;1} = \frac{4}{7}\xi + 0,5$$
$$\Rightarrow B = \frac{2}{6}\begin{bmatrix} 4\xi - 0,5 & -\frac{32}{7}\xi & \frac{4}{7}\xi + 0,5 \end{bmatrix}$$

d)

$$r_p = \begin{bmatrix} -5q \\ \frac{64}{7}q \\ \frac{13}{7}q \end{bmatrix}$$